تقدير معولية النظام الاحتياطي باستخدام توزيع ويبل

م.م. إقبال جبار العيساوي
الجامعة المستنصرية / كلية العلوم / قسم الرياضيات

المستخلص

ركز البحث على دراسة طرائق التقدير لدالة المعولية للنظام المترادف (الاحتياطي) باستخدام توزيع ويبل وكانت الطرائق المستخدمة في التقدير هي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة بيز .وتم استخدام المحاكاة للمقارنة بين المقدرات باستخدام الموشر الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين أفضلية هذه المقدرات ولمختلف حجوم العينات.

١. المقدمة

في البداية يجب ان نتحدث عن نماذج الفشل و دالـة المعوليـة وكذلك التطـرق إلـى أنـواع ربـط الأنظمـة فـي المعوليـة اضـافة الـى استعراض بعض الطرائق المستخدمة فـي تقدير المعالم ودالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين في حالة وجود عدد مـن المركبـات المربوطة بشكل مترادف .

٢. المعولية Reliability

المعولية : عبارة عن مقيـاس لقابليـة او قدرة اي جـزء مـن اجـزاء نظـام معين او نظـام ككـل علـى العمـل لصـلاحية تامـة دون توقـف او هـو احتمـال الانجـاز لاي جـزء مـن النظام خلال مدة زمنية معينة وتحت ظروف عمل خاصـة ورياضيا اذا كانـت الدالـة R(t) ترمز لمعولية النظام عند الزمن t فان [1] :-

$$R(t) = p(T > t) \qquad , t \geq 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث أن T متغير عشوائي مستمر يمثل الزمن المتراكم لحياة النظام خـلال تلك الفترة ولغرض الربط بين الدالة الاحتماليـة ودالـة المعوليـة نفرض ان زمـن الحيـاة T للنظـام يتوزع حسب دالة التوزيع الاحتمالية F(t) ولما كان:

$$p(T > t) = 1 - P(T \leq t)$$

فأن:-

$$R(t) = 1 - F(t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

حيث إن F(t) تسمى دالة اللامعولية .

ومـن اجـل تقـدير دالـة المعوليـة لابـد مـن معرفـة توزيـع اوقـات الفشـل طبقـا لتعريـف المعولية لاي نظام سيعمد على طول الفترة التـي يعمـل فيهـا النظـام ان المبدأ الاساسـي والمهم فـي دراسـة المعوليـة هـو التعـرف علـى توزيعـات اوقـات الفشـل تحت ظـروف معينة.

٣. بعض توزيعات أوقات الفشل

هناك الكثير من التوزيعات المستمرة التي يمكن ان تكون دوال الكثافة الاحتماليـة لها نماذج للفشل معتمدة على الزمن ومن اهمها :-

١- التوزيع الاسي The Exponential Distribution
٢- توزيع كاما The Gamma distribution
٣- التوزيع الطبيعي The Normal distribution
٤- توزيع ويبل The Weibull distribution

ويعتبر توزيع ويبل من اشهر عوائل توزيعات الفشل اشتقه العالم السويدي (wallodi weibull) عام ١٩٣٩ وقد بين بعض تطبيقات التوزيع فقد استخدم توزيع ويبل لوصف التنوع في حالات الفشل وفي وصف فشل بعض الاجهزة الكهربائية كالصمام المفرغ[٥].
لذلك يمكن اشتقاق دالة الكثافة لهذا التوزيع من مفهوم معدل المخاطرة كما هو مبين من قبل [٤] حيث تم التوصل إلى إن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين هي :

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \exp\{\frac{-t^{\beta}}{\theta}\} \qquad t \geq 0 \quad \beta, \theta > 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

حيث إن t متغير عشوائي يمثل الزمن لحدوث الفشل وان β تمثل معلمة الشكل وتكون معلومة و θ معلمة القياس المراد تقديرها ودالة التوزيع (التجميعية) لهذا التوزيع كالاتي -:

$$F(t) = 1 - \exp\{\frac{-t^{\beta}}{\theta}\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

٤. أنظمة المعولية Reliability Systems

النظام :- هو مجموعة من الاجزاء او المركبات او الوحدات المرتبطة بصورة مباشرة تعمل بصورة مستقلة .
وسوف نستعرض هنا ثلاثة انظمة رئيسية من انظمة الربط في المعولية وهذه الأنظمة هي:-

١- النظام المتسلسل (التوالي) Series System
٢- النظام المتوازي Parallel System
٣- النظام المترادف(الاحتياطي) Standby System

وفي هذا البحث سوف نتطرق الى النظام المترادف لان النظام الذي سوف يتم استعماله للربط بين مركبات النظام المعولي .

٤.١ النظام المترادف (الاحتياطي)[٢]

إن الأنظمة الاحتياطية هي احدى انواع الانظمة المربوطة على التوازي عندما يكون فقط جزء من النظام يعمل ، بينما يبقى الجزء الثاني لايعمل حتى يفشل الجزء الاول . هناك انواع عدة من الانظمة الاحتياطية منها الاحتياطي ذو المستوى المنخفض (Low-Level Redundancy) الذي تكون فيه كل مركبة ضمن النظام تحتوي على واحد او اكثر من المركبات الاحتياطية المربوطة على التوازي ، ولغرض ايجاد المعولية لنظام مؤلف من مركبتين مرتبطتين بشكل مترادف تعملان بصورة مستقلة عندئذ يكون :

$$R(t)=\prod_{i=1}^{2} R_i(t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$R(t)=R_1(t)\ .\ \ R_2(t)$$

$$R(t)=[1-p(T\le t)]\ .\ [1-p(T\le t)]$$

$$R(t)=[1-p(T_1\le t.T_1\le t)]\ \ .\ [1-p(T_2\le t\ ,T_2\le t)]$$

$$R(t)=[1-p(T_1\le t)^2]\ .\ [1-p(T_2\le t)^2]$$

$$R(t)=[1-(1-p(T_1>t))^2].\ [1-(1-p(T_2>t))^2]$$

$$R(t)=[1-(1-R_1(t))^2]\ .\ [1-(1-R_2(t))^2] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

وبصورة عامة إذا كان النظام مؤلفا من k من المركبات فان

$$R_{system}(t)=\prod_{i=1}^{k}[1-(1-R_i(t))^2] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

أما إذا كانت المركبات المستقلة المربوطة بشكل مترادف (احتياطي) ذو المستوى المنخفض فان معولية النظام هي:-

$$R_{system}(t)=[1-(1-R_i(t))^2]^k \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

٥. طرائق تقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل

سوف نفرض هنا بعض طرق تقدير معلمة القياس θ لدالة توزيع ويبل على اعتبار ان معلمة الشكل β معلومة ومن هذه الطرق :

١- التقدير بطريقة الامكان الاعظم M.L.E

٢- التقدير بطريقة بيز

وسوف نتعرف على طرق التقدير بالتفصيل :

5.1 طريقة الإمكان الأعظم M.L.E

من المعروف ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل عندما تكون معلمة الشكل معلومة هي[٣]

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \exp\{\frac{-t}{\theta}\} \quad \text{...(9)}$$

وان دالة الامكان لتوزيع ويبل هي

$$L(t,\beta,\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i,\theta) \quad \text{..(10)}$$

$$L(t,\beta,\theta) = \frac{\beta^n}{\theta^n} \prod_{i=1}^{n} t_i^{\beta-1} \ \exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta}\} \quad \text{.......................(11)}$$

$$\ln L = \ln \beta^n - \ln \theta^n + \ln \prod_{i=1}^{n} t_i^{\beta-1} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta}$$

وبما إن قيمة θ التي تجعل دالة الامكان الاعظم (L) اكبر ما يمكن هي نفسها التي تجعل (lnL) اكبر ما يمكن اذن نأخذ ln للطرفين نحصل على :-

$$\ln L(t,\beta,\theta) = n \ln \beta - n \ln \theta + (\beta-1) \ln \prod_{i=1}^{n} t_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta} \quad \text{..(12)}$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة الى θ نحصل على

$$\frac{\partial \ln L(t,\beta,\theta)}{\partial \theta} = \frac{-n}{\theta} + \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta^2}$$

ونجعل المشتقة تساوي صفر نحصل على مقدر الامكان الاعظم لتوزيع ويبل بالشكل الاتي :-

$$\hat{\theta}_{m.L.e} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{n} \quad \text{.......................................(13)}$$

٥.٢ تقدير المعولية بطريقة الامكان الاعظم

سيتم تقدير دالـة المعوليـة وذلـك مـن خـلال التعـويض المباشـر لمقـدر معلمـة القيـاس $\hat{\theta}$ في دالة المعولية لتوزيـع ويبـل حيـث ان دالـة المعوليـة لتوزيـع ويبـل معرفـة بـالشـكل التـالي -: [1]

$$R(t) = \exp\{\frac{-t^{\beta}}{\theta}\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

إذن مقدر الإمكان الأعظم لدالة المعولية لتوزيع ويبل يكون بالشكل الاتي

$$\hat{R}(t) = \exp\{\frac{-t^{\beta}}{\hat{\theta}}\} \quad , t \geq 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

أما معوليه النظام لتوزيع ويبل في حالة وجود k من المركبات المستقلة والمربوطـة بشـكل مترادف فيكون بالشكل الاتي :

$$\begin{aligned} R_{system}(t) &= \prod_{i=1}^{k} [2R(t) - (R(t))^2] \\ &= \prod_{i=1}^{n} [2.\exp\{\frac{-t_i^{\beta}}{\theta}\} - \exp\{\frac{-2t_i^{\beta}}{\theta}\}] \\ &= 2\exp\{\frac{-\sum t_i^{\beta}}{\theta}\} - \exp\{\frac{-2\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta}\} \\ &= 2\exp\{\frac{-kt^{\beta}}{\theta}\} - \exp\{\frac{-2kt^{\beta}}{\theta}\} \ldots\ldots\ldots\ldots (16) \end{aligned}$$

وبعد تعويض مقدر معلمة القياس في دالة معولية النظام نحصل على

$$\hat{R}_{system}(t) = \exp\{\frac{-t^{\beta}}{\hat{\theta}}\}$$

$$= 2\exp\{\frac{-kt^{\beta}}{\hat{\theta}}\} - \exp\{\frac{-2kt^{\beta}}{\hat{\theta}}\}$$

$$\hat{R}\,sys(t) = 2\exp\{\frac{-knt_i^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}\} - \exp\{\frac{-2nkt_i^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}\} \quad ....(17)$$

٥.٣ التقدير بطريقة بيز

تعتمد هذه الطريقة على افتراض ان المعلومات المسبقة حول المعلمة المراد تقديرها يمكن صياغتها على شكل دالة يطلق عليها دالة الكثافة الاحتمالية الاولية (prior.p.d.f) وقد ركز الباحث (Zellner) [6] في حالة عدم توافر معلومات اولية كافية حول المعلمة المطلوب تقديرها فمن الافضل اتباع اسلوب [Jeffry] في تحديد دالة الكثافة الاحتمالية الاولية لهذه المعلمة وبشكل مستقل عن معلمة الشكل المعلومة وكما يلي

$$f(\beta)\alpha\,\frac{1}{\beta}$$

$$f(\theta) = \frac{1}{\theta^{c}} \quad c > 0 \;\; ,0 < \theta < \infty \;.............................(18)$$

وبتعميم ما اقترحه (Jeffry) تكون الدالة الاولية بالصيغة الاتية[8]

$$f(\theta)\alpha\,\frac{1}{\theta^{c}} \qquad c > 0 \;,\; 0 < \theta < \infty \;................(19)$$

وان دالة الامكان الاعظم للمشاهدات هي :

$$L(t_i/\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(t_i,\theta)$$

$$L(t_i/\theta)=\prod_{i=1}^{n}[\frac{\beta}{\theta}t^{\beta-1}\exp\{\frac{-t^{\beta}}{\theta}\}$$

$$L(t_i/\theta)=\frac{\beta^n}{\theta^n}\prod_{i=1}^{n}t_i^{\beta-1}\exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n}t_i^{\beta}}{\theta}\}\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

وطبقا لنظرية بيز نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة والمعرفة بالشكل الاتـي [8]

$$f(\theta/\underline{t})=\frac{f(\theta).L(t_i/\theta)}{f(\underline{t})}$$

حيث أن $\underline{t}=(t_1,t_2,\ldots,t_n)$ والدالـة الاحتماليـة $f(\underline{t})$ يمكـن الحصـول عليهـا كمـا يأتـي :-

$$f(\underline{\theta})=\int_{\forall\theta} f(\theta).L(t_i/\theta)d\theta$$

إذن الدالة الاحتمالية اللاحقة يمكن عرضها على الوجه الاتي :-

$$f(\theta/\underline{t})=\frac{f(\theta).L(t_i/\theta)}{\int_{\forall\theta} f(\theta).L(t_i/\theta)d\theta}$$

$$f(\theta/\underline{t})=\frac{\frac{\beta^n}{\theta^{c+n}}\prod_{i=1}^{n}t_i^{\beta-1}\exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n}t_i^{\beta}}{\theta}\}}{\int_0^{\infty}\frac{\beta^n}{\theta^{c+n}}\prod_{i=1}^{n}t_i^{\beta-1}\exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n}t_i^{\beta}}{\theta}\}d\theta}\ldots\ldots\ldots\ldots(21)$$

ولإيجاد قيمة التكامل نفرض ان

Let $A = \int_0^\infty \frac{\beta^n}{\theta^{c+n}} \prod_{i=1}^n t_i^{\beta-1} \exp\{\frac{-\sum_{i=1}^n t_i^\beta}{\theta}\} d\theta$

And let

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\beta}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\beta}{y} \Rightarrow d\theta = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\beta}{y^2} dy$$

$$A = \beta^n \int_0^\infty \left(\frac{y}{\sum_{i=1}^n t_i^\beta}\right)^{n+c} \prod_{i=1}^n t_i^{\beta-1} e^{-y} \sum_{i=1}^n t_i^\beta y^2 dy$$

$$= \frac{\beta^n \prod_{i=1}^n t_i^{\beta-1}}{(\sum_{i=1}^n t_i^\beta)^{c+n-1}} \int_0^\infty y^{c+n-2} e^{-y} dy$$

$$= \frac{\beta^n \prod_{i=1}^n t_i^{\beta-1}}{(\sum_{i=1}^n t_i^\beta)^{c+n-1}} \Gamma(n+c-1)$$

وبتعويض قيمة A في المعادلة (٢١) نحصل على :

$$f(\theta/\underline{t}) = \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{c+n-1}}{\Gamma(n+c-1)\theta^{n+c}} \exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta}\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(22)$$

وبعد الحصول على الدالة الاحتمالية اللاحقة المعرفة في المعادلة (٢٢) نعمل على تحديد دالة الخسارة حيث يعرف (Mood) [7] دالة الخسارة (Loss function) بانها الدالة التي تحقق الشرطين :-

$$1.L(\hat{\theta},\theta) \geq 0 \qquad \forall \hat{\theta}$$

$$2.L(\hat{\theta},\theta) = 0 \qquad for\ some\ \hat{\theta} = \theta$$

أي أن دالة الخسارة هي مقياس لمقدار الخسارة الناتجة من اتخاذ قرار يعتمد على $\hat{\theta}$ بينما القرار الواجب اتخاذه يعتمد على θ . وعليه فان مقدر بيز للمعلمة θ ما هو الا الوسط الحسابي المشروط (condition mean) كما في الصيغة أدناه

$$\hat{\theta} = E(\theta/\underline{t}) = \int_0^{\infty} \theta\ f(\theta/\underline{t})\ d\theta$$

$$\hat{\theta} = \int_0^{\infty} \theta\ \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{c+n-1}}{\Gamma(n+c-1)\theta^{n+c}} \exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta}\} d\theta$$

$$\hat{\theta} = \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{c+n-1}}{\Gamma(n+c-1)} \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta^{n+c-1}} \exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta}\} d\theta$$

$$\Rightarrow \hat{\theta} = \frac{(\sum t_i^{\beta})^{c+n-1}}{\Gamma(n+c-1)} \int_0^{\infty} \left(\frac{y}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}\right)^{n+c-1} e^{-y} \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta} y^2 dy$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\Gamma(n+c-1)} \Gamma(n+c-2) \Rightarrow \hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{(n+c-2)} \quad ....(23)$$

٥.٤ تقدير المعولية بطريقة بيز

لتقدير المعولية بطريقة بيز نستخدم الدالة الاحتمالية اللاحقة للمعلمة θ التي عرفت بالمعادلة (٢٢) وبما إن دالة الخسارة هي دالة مربع الخطأ ،اذن مقدر بيز لدالة المعولية هو :-

$$\hat{R}(t) = E(R(t)/t) = \int_0^{\infty} R(t) \ f(\theta/\underline{t}) \ d\theta$$

$$\hat{R}(t) = \int_0^{\infty} \theta \ \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{c+n-1}}{\Gamma(n+c-1)\theta^{n+c}} \ \exp\{-\frac{t^{\beta}}{\theta}\} \ \exp\{\frac{-\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta}\} \ d\theta$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{c+n-1}}{\Gamma(n+c-1)} \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta^{n+c}} \ \exp\{\frac{-(t^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})}{\theta}\} \ d\theta$$

$$let \ \ y = \frac{t^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{t^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{y} \Rightarrow d\theta = \frac{-(t^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})}{y^2} \ dy$$

$$\hat{R}(t) = \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{n+c-1}}{\Gamma(n+c-1} \int_0^{\infty} (\frac{y}{t^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}})^{n+c} \; e^{-y} [\frac{-(t^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})}{y^2}] \; dy$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{n+c-1}}{\Gamma(n+c-1)} \; . \; \frac{1}{(t^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})n+c-1} \; . \; \Gamma(n+c-1)$$

$$\hat{R}_{Bayes}(t) = \frac{(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta})^{n+c-1}}{(t^{\beta} + \sum t_i^{\beta})^{n+c-1}} = \frac{1}{(\frac{t^{\beta} + \sum t_i^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}})^{n+c-1}}$$

$$\hat{R}_{Bayes}(t) = \frac{1}{(1 + \frac{t^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}})^{n+c-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

إمـا تقـدير معوليـه النظـام لتوزيـع ويبـل فـي حالـة وجـود k مـن المركبـات المسـتقلة والمربوطة بشكل مترادف فيكون بالشكل الاتي :-

$$\hat{R}_{system}(t) = \prod_{i=1} [\frac{2}{(1 + \frac{t^{\beta}}{\sum t_i^{\beta}})^{n+c-1}} - \frac{1}{(1 + \frac{t^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}})^{2(n+c-1)}}]$$

$$=\left[\frac{2}{\left(1+\frac{kt^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}\right)^{n+c-1}}-\frac{1}{\left(1+\frac{kt^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}\right)^{2(n+c-1)}}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(25)$$

٦.المحاكاة

تتم في عملية المحاكاة تعيين القيم الافتراضية للمعالم وعلى النحو التالي :

$$\theta = 30,60,90$$

$$\beta = 2,2,2$$

واختير حجم العينة n حيث ان

$$n = 10,25,50$$

ومن ثم توليد البيانات لغرض المفاضلة بين طرائق تقدير دالة المعولية للنظام المترادف حيث ولدت البيانات حسب توزيع ويبل ذي المعلمتين وكما يلي:

$$F(t) = 1-\exp\left(\frac{-t^{\beta}}{\theta}\right)$$

دالة التوزيع التجميعية

حيث تم استخدام معكوس دالة التوزيع التجميعية

$$1-u = \exp\left(\frac{-t^{\beta}}{\theta}\right)$$

Uمتغير عشوائي مستمر على الفترة (٠,١)

$$t = [-\theta \log(1-u)]^{\frac{1}{\beta}}$$

حيث t تمثل متغيرات التوزيع

ومن ثم تم تقدير دالة المعولية ودالة المعولية للنظام المترادف لنموذج الفشل المقترح وحسب الطرائق المذكورة في البحث .وقد حصلنا على نتائج المحاكاة باعتماد برنامج كتب بلغة (Delphi) .

وأخيرا تمت المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة عن طريق استخدام متوسط مربعات الخطأ (MSE)

$$MSE(\hat{R}) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{R}_i - R)^2$$

حيث أن L تمثل عدد التكرارات لكل تجربة حيث كانت L=1000

٧.نتائج المحاكاة

١. من خلال المقارنة بين مقدرات دالة المعولية وباعتماد متوسط مربعات الخطأ في الجدول (١,٢,٣) نجد إن عند حجوم العينات الصغيرة (n=10) فان مقدر الإمكان لدالة المعولية هو الأفضل على باقي المقدرات والسبب يعود إلى انه يمتلك اقل متوسط مربعات خطا . وعند مقارنة المقدرات عند الحجوم المتوسطة (n=٢٥) فان مقدر بيز عندما c=3،c=2 هو الأفضل وذلك باعتماد قيمة θ فعند اخذ قيمة θ كبيرة يكون مقدر بيز عندما c=3 هو الأفضل ثم يأتي بعد ذلك مقدر بيز عندما c=2. وعند مقارنة المقدرات عندما (n=50) نلاحظ إن مقدر بيز عندما c=3 هو الأفضل على باقي المقدرات والسبب يعود إلى ما يمتاز به المقدر حيث يدعى (Most efficient estimator) لذلك نجد إن زيادة حجم العينة يقلل من متوسط مربعات الخطأ.

٢. أما بالنسبة لتقدير معولية النظام المترادف ومن خلال المقارنة بين المقدرات للنظام في الجدول (٤,٥,٦) وفي حالة وجود ثلاث مركبات مستقلة ومربوطة بشكل مترادف وباعتماد متوسط مربعات الخطأ نجد عند حجوم العينات الصغيرة(n=10) فان مقدر الإمكان هو الأفضل على باقي المقدرات لأنه يعطي اقل متوسط مربعات خطا .

٣. نلاحظ أن مقدر بيز عندما (c=3) يمثل أفضل تقدير لدالة المعولية للنظام عند حجوم العينات المتوسطة والكبيرة (n=25,50) ويكون أفضل مقدر عندما تكون قيمة θ كبيرة ،والسبب في أفضلية مقدر بيز بزيادة قيمة c يعود إلى إن التوزيع الأولي المفترض للمعلمة θ يبتعد عن التوزيع الحقيقي للمعلمة θ عند هذه القيمة للثابت c لذا فان زيادة حجم العينة يقلل من متوسط مربعات الخطأ.

٨. الاستنتاجات

يمكن إن نستنتج أن مقدر بيز لدالة المعولية ودالة معولية النظام عندما c=3 هو الأفضل على باقي المقدرات وبشكل خاص عند حجوم العينات الكبيرة لكون هذا المقدر ذو كفاءة عالية .وكذلك المقدر المفضل يعتمد على قيمة معلمة القياس θ فكلما كانت كبيرة يكون مقدر بيز عندما c=3 هو الأفضل.

المصادر

[١] ألعبيدي ،نادية جعفر فزع (٢٠٠٤) ،"مقارنة تجريبية بين مقدرات M.L&Bayes لتوزيع كاما العام"،رسالة ماجستير،كلية العلوم –الجامعة المستنصرية.
[٢] شيلدون :م-روس،"المدخل إلى النماذج الاحتمالية"،ترجمة د.فاضل محسن الربيعي،١٩٩١،ص ص٤٤٩-٤٥١.
[٣] الناصر ،عبد المجيد حمزة وآخرون (٢٠٠٢) ،"مقارنة مقدرات معلمة القياس والمعولية لتوزيع ويبل "،مجلة تنمية الرافدين ،المجلد ٢٤/٢ ،العدد ٦٨،ص ص ٢٧٨,٢٧٩.
[٤] العلي ،عذراء عبد الكريم (١٩٩٩) ،"بعض مقدرات الاختبار الأولي لمعالم ودالة المعولية لتوزيع Weibull "،رسالة ماجستير ،كلية التربية /ابن الهيثم -جامعة بغداد.
[5] Weibull,w.(1939) ,"A statistical theory of the strength of materials ",Ingeniors Vetenskaps Academies Hand linger ,No.151,General stamens Litografiska Anstaits,Furiag ,Stockholm ,Sweden.
[6] Zellner ,A.(1971),"An introduction to Bayesian inference in econometrics" John Wiely&Sons,New York.
[7] Mood,A.M.Graybil,F.A.and Boes,D.C.(1985) ,"Introduction to the theory of statistics ",Third Edition,Megraw-Hill.
[8] Press,S.James(1989) ,"Bayesian statistics: Principles ,models and applications", John Wiley &Sons, New York.

ملحق بالرموز والمختصرات

المصطلح (عربي)	المصطلح (English)	المختصر
دالة المعولية عند الزمن t	Reliability	R(t)
دالة التوزيع التجميعية	Cumulative Distribution Function	F(t)
معولية النظام	System Reliability	R_{system}
مقدر الامكان الأعظم	Maximum Likelihood Estimator	M.L.E
متوسط مربعات الخطأ	Mean Squared Error	MSE

جدول رقم(١) متوسط مربعات الخطا لدالة المعولية عندما n=10

model	t	MLE	Bayes c=1	Bayes c=2	Bayes c=3
١	١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠	٠.٠١١١٥٣٣ ٩٥ ٠.٠٠٢٤٦٠٥ ٢٦ ٠.٠٠٦٠٠٠٨ ٣٠ ٠.٠٠٨٩٥٠١ ٨٧ ٠.٠٠٤٦٧٧٢ ٤٦ ٠.٠٠٥٦١٢٣ ٩٦ ٠.١٠٤٩١٥٣ ٣ ٠.٠٠٧٣٣٩٦ ٢٥ ٠.٠١١٤٠٥١ ٠٤ ٠.٠١١٤٣٨٩ ٧٠	٠.٠١٣٨٩٩٨٥٢ ٠.٠٠٢٥٩٥٨٠٢ ٠.٠١٠٦٢٤٣٤٦ ٠.٠١٠٣٩٩٢٤٠ ٠.٠٨٩٣٤٤١٠ ٠.٠٠٦١٧٦٦٣٢ ٠.٠١٤٩٩٠٠٩٧ ٠.٠١٢١٦٥١٤٧ ٠.٠١٥١٦٧٧٩٧ ٠.٠١٥١٠٩٧٨٠	٠.٠٠٧١١١٩٣٧ ٠.٠٠١٣٠٤٧٤٣ ٠.٠٠٥٣٩٧٣٥٦ ٠.٠٠٥٢٩٣٦٠٤ ٠.٠٠٤٥١١٠١٦ ٠.٠٠٣١٢٤٦٢٣ ٠.٠٠٧٦٨٩٣٧٧ ٠.٠٠٦٢٠٦٩٩٥ ٠.٠٠٧٧٨٥٢٧ ٠.٠٠٧٧٤٧٦٧٦	٠.٠٠٢٨١٢٦٥ ٨ ٠.٠٠٠٤٦٤٦٧ ٨ ٠.٠٠٢٣٣١٤٤ ١ ٠.٠٠٢٠١٨٤٨ ٩ ٠.٠٠١٩٦١٦٩ ٣ ٠.٠٠١١٥٠٠٠ ٣ ٠.٠٠٣١٩٤٠٠ ٩ ٠.٠٠٢٦٥٨٦٨ ١ ٠.٠٣١٥٨٧١٣ ٠.٠٠٣١٣٨٣٩ ٥
٢	١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠	٠.٠٠٤٠٠٣٧ ١٠ ٠.٠٠٠١٢٨٦ ٧٢ ٠.٠٠٤٠٩٥١ ٨٣ ٠.٠٠٠١٠٢٨ ٣٦ ٠.٠٠٤٧٧٥٥ ١١ ٠.٠٠٤٨١٢٩ ١٨ ٠.٠٠٤٦٤١٥ ٣٨ ٠.٠٠٥٧٣٤٦ ٥٨	٠.٠٠٢٩٥٩٨٩٦ ٠.٠٠٠١٢٤٣٠٢ ٠.٠٠١٤٤٣٨٠٣ ٠.٠٠٠٠٩٩٧٢٧ ٠.٠٠٣٢٩٧٥٩٣ ٠.٠٠٣٣٠٨٤٠٤ ٠.٠٠٣٢٤٧٢٥٤ ٠.٠٠٣٢٣١٥٥٧ ٠.٠٠٠٩١١٠٥٧ ٠.٠٠١٠٧٥٨٧٣	٠.٠٠٧٢٨١٢٩٩ ٠.٠٠٠٢٩٤٤٦٠ ٠.٠٠٤٣٨٦٧٠٣ ٠.٠٠٠٢٣٦١٤٨ ٠.٠٠٨٢٥٠٤٥٩ ٠.٠٠٨٠٧٠١٦٣ ٠.٠٠٨٢٥٠٤٥٩ ٠.٠٠٨٤٣٠٢٣٦ ٠.٠٠٣٠١٥٩٨٣ ٠.٠٠٣٤٥٠٢٥٧	٠.٠١٣١٣١٩٩ ٩ ٠.٠٠٠٥٣٥٠٩ ٢ ٠.٠٠٨٠٩٨٩٦ ٦ ٠.٠٠٠٤٢٩٢٠ ٣ ٠.٠١٤٨٠٤٤٥ ١ ٠.٠١٤٨٧٢٦٤ ٣ ٠.٠١٤٥٤٨٤٦ ٣ ٠.٠١٥٢٢٧٠٩ ٦

		٠٫٠٠٣١٦٨١١١			٠٫٠٠٥٦٥٤٩٠٤
		٠٫٠٠٣٤٨٠٠٢٦			٠٫٠٠٦٤٣١٧٠٤
٣	١	٠٫٠٢٥٠٦٥٩٥٣	٠٫٠١٧٩١١٦١٦	٠٫٠٢٣٥٥٢٥٣٠	٠٫٠٢٨٥٤٣٤٢٠
	٢	٠٫٠٠٠٠٠٤٩٩٦١	٠٫٠٠٠٠٠٤٩٧٨٣	٠٫٠٠٠٠٠٧٤٤٦٤	٠٫٠٠٠٠١٠٤٠٤٦
	٣	٠٫٠٣٣٢١٢٥٧٩	٠٫٠٢٤٤١٢٣٩٨	٠٫٠٣٢٥٠٥٦٣٦	٠٫٠٣٩٩٦٤٦٧٥
	٤	٠٫٠٣٦٣٦٩٠٧٢	٠٫٠٣١٤٥٣١٠٢	٠٫٠٤٤٧١١٠٨٥	٠٫٠٥٩٠٩٥٦٩٢
	٥	٠٫٠٣٠٦٣٠١٠٠	٠٫٠٢٢٣٠٤١٠٦	٠٫٠٢٩٧٥٦٣٢١	٠٫٠٣٦١٩٣١١٩
	٦	٠٫٠٠٩١٥٦٥٦١	٠٫٠٠٨٦٦٤٥١٤	٠٫٠١٢٧٢٧٤٧١	٠٫٠١٧٤٣٥٧٦٦
	٧	٠٫٠٠٠٠٠٨٧٦٥٠	٠٫٠٠٠٠٠٨٧٢٣٧	٠٫٠٠٠٠١٣٠٤٣١	٠٫٠٠٠٠١٨٢١٦٦
	٨	٠٫٠٣٦٣٠١٦٩٧	٠٫٠٣١٤٠٣٣٧٣	٠٫٤٤٦٤٤٩٤٧	٠٫٠٥٩٠١٤٨٥٧
	٩	٠٫٠٠٧٣٣٠٢١	٠٫٠٠٦٩٨٥٥٨١	٠٫٠١٠٢٨٥٦٤٥	٠٫٠١٤١٢٧١٢٢
	١٠	٠٫٠٢٨٠٣٣١٣٢	٠٫٠٢٤٩٧٦٦٢٤	٠٫٠٣٥٨٩٩٣٠٠	٠٫٠٤٨٠٢٥٦٥٢

جدول رقم (٢)متوسط مربعات الخطا لدالة المعولية عندما n=25

model	t	MLE	Bayes c=1	Bayes c=2	Bayes c=3

	١	٠.٠٠٠٣٨٩١٤٧	٠.٠٠٠٤١٠٨٧٤	٠.٠٠٠٢٠٣٧٣٥	٠.٠٠٠٠٦٩٢٢٥
	٢	٠.٠٠١١٣٥٩١٥	٠.٠٠١٢٧٣٦٩٦	٠.٠٠٠٦٤٣٤٤٢	٠.٠٠٠٢٣١٠١٩
	٣	٠.٠٠٠٦٩٥٤٩٧	٠.٠٠١٣٦٠٩٧٣	٠.٠٠٠٧٥٨٣٧٧	٠.٠٠٠٣٥٩٩٥٨
	٤	٠.٠٠١٨١٠٥٨٩	٠.٠٠٢١٨١٧٣٣	٠.٠٠١١٢٤١٧٣	٠.٠٠٠٤٢٧٣٠٨
١	٥	٠.٠٠١١٧٧٧٠٢	٠.٠٠١٣٢٥٢٤٧	٠.٠٠٠٦٧٠١٧٩	٠.٠٠٠٢٤١٣٤٨
	٦	٠.٠٠١٠٧٨٢٤٥	٠.٠٠١٢٠٣٢٢٧	٠.٠٠٠٦٠٦٩٨١	٠.٠٠٠٢١٧٠٢٧
	٧	٠.٠٠٠٨٩٤٧٣٧	٠.٠٠٠٩٨٣٧٥٩	٠.٠٠٠٤٩٤٠٦٩	٠.٠٠٠١٧٤٣٦٦
	٨	٠.٠٠٠٠٠٤٠٠٩	٠.٠٠٠٠٠٤٠٢٨	٠.٠٠٠٠٠١٩٦٤	٠.٠٠٠٠٠٠٦٣٤
	٩	٠.٠٠٠٨٣١٢٦٢	٠.٠٠٠٩٠٩٣٩٧	٠.٠٠٠٤٥٦٠٢٤	٠.٠٠٠١٦٠٢١٥
	١٠	٠.٠٠٠١٥٢٤٦٦	٠.٠٠٠١٥٧٣٣٣	٠.٠٠٠٠٧٧٤٢٢	٠.٠٠٠٠٢٥٧٠٨
	١	٠.٠٠٠١١٦١١١	٠.٠٠٠١٣٨٦٧٨	٠.٠٠٠٠١٥٥٦١	٠.٠٠٠٠١٤٤٩٨
	٢	٠.٠٠٠٠٩١٩٧٣	٠.٠٠٠١٠٧٢٠٠	٠.٠٠٠٠١١٤٤٥	٠.٠٠٠٠١٢٤٤٢
	٣	٠.٠٠٠٣٨٤٣٢٠	٠.٠٠٠٧٤١٧٧٠	٠.٠٠٠١٦٤٥٨٦	٠.٠٠٠٠٠٠٩٨٦
	٤	٠.٠٠٠٣٣٥٩٢٦	٠.٠٠٠٥١٥٢٠٦	٠.٠٠٠٠٨٧٣٥٧	٠.٠٠٠٠١٣٤٣٩
٢	٥	٠.٠٠٠٢٩٥٠٦٨	٠.٠٠٠٤٢٥٦٨٥	٠.٠٠٠٠٦٦١٥٦	٠.٠٠٠٠١٦٧٧٤
	٦	٠.٠٠٠٠٨٥٠٣٧	٠.٠٠٠٠٩٨٤٠٠	٠.٠٠٠٠١١٢٨٣	٠.٠٠٠٠١١٧٧٢
	٧	٠.٠٠٠٠٩٠٩٦٦	٠.٠٠٠١٠٥٩١٥	٠.٠٠٠١٩٦٤٨٧	٠.٠٠٠٠١٢٣٤٧
	٨	٠.٠٠٠٣٤٦٣٣٦	٠.٠٠٠٧٧٤٢٧١	٠.٠٠٠٠١٥٥٥٤	٠.٠٠٠٠٠٠٨٢٦
	٩	٠.٠٠٠١١٦٠٧٠	٠.٠٠٠١٣٨٦٢٣	٠.٠٠٠٠١٠٣٤٧	٠.٠٠٠٠١٤٤٩٥
	١٠	٠.٠٠٠٢١٣٢٤١	٠.٠٠٠٢٨٠٢٩٢	٠.٠٠٠٠٣٧٥٤٧	٠.٠٠٠٠١٨٦٥٤
	١	٠.٠٠٤٣١٠٠٥٨	٠.٠٠٤١٦٢٧١٠	٠.٠٠٥٢٤٥٠٩٤	٠.٠٠٦٥٤٩٠٨٥
	٢	٠.٠٠٤٧٢٥٣٥٣	٠.٠٠٤٥٥٤٣٤١	٠.٠٠٥٧٩٠٥٥٨	٠.٠٠٧١٥٨٢٧٥
	٣	٠.٠١٦٤٧٣٧٤٤	٠.٠١٤٧٨٤٧٢٩	٠.٠١٨٤٩٣١٩٦	٠.٠٢٢٤٦٠٣٢٦
	٤	٠.٠٠٩٣٥٢٩٩٨	٠.٠٠٨٨١٥٠٦٥	٠.٠١١١٥١٢١٥	٠.٠١٣٧٠٩٩٣٠
	٥	٠.٠١٦٠٩٢٤٧٥	٠.٠١٣٦٤٦١٣٥	٠.٠١٦٨٤٠٧٧٢	٠.٠٢٠١٥٥١٣٠
	٦	٠.٠٠٢٥٠٧٢	٠.٠٠٢٤٤٥٠٤٢	٠.٠٠٣١١٦٩٢٣	٠.٠٠٣٨٦٤١١١
٣	٧	٠.٠١٣٩٢١٨١٦	٠.٠١١٥٣٢٦٨٠	٠.١٤١٥١٩٥٦	٠.٠١٦٨٣١٦٨١
	٨	٠.٠٠٥٢٦٩٦٤٦	٠.٠٠٥٠٦٥٣٧٤	٠.٠٠٦٤٣٦٤٢٩	٠.٠٠٧٩٥١٥٣١
	٩	٠.٠٠٣٣١١٩٩١	٠.٠٠٢٤٨٩٠٨٠	٠.٠٠٢٩٨٠٨٧٩	٠.٠٠٣٤٤٩١٤٤
	١٠	٠.٠٠٤٥٥٨٨٣١	٠.٠٠٤٣٩٧٤٨٦	٠.٠٠٥٥٩٢١٦٨	٠.٠٠٦٩١٤٤١٧

جدول رقم (٣) متوسط مربعات الخطا لدالة المعولية عندما n=50

model	t	MLE	Bayes c=1	Bayes c=2	Bayes c=3

١	١	٠٫٠٠٠٢١٤٦٢٢	٠٫٠٠٠٣٠٩٢٦٨	٠٫٠٠٠١٠٨٨٥٢	٠٫٠٠٠٠١١٥٣١
	٢	٠٫٠٠٠١٥٧٠٨٢	٠٫٠٠٠٣١٤٧١٤	٠٫٠٠٠١٣١٩٧٩	٠٫٠٠٠٠٢٩٥٧٥
	٣	٠٫٠٠٠٠٤٤٨٩١	٠٫٠٠٠٠٤٩٣٣٢	٠٫٠٠٠٠١٤٢٤٥	٠٫٠٠٠٠٠٠٢٨٩
	٤	٠٫٠٠٠١٣٠٦٨٣	٠٫٠٠٠٢٨١٦٤١	٠٫٠٠٠١٢١٨٥٧	٠٫٠٠٠٠٣٠٢٨٢
	٥	٠٫٠٠٠٠٨٠٧٩٣	٠٫٠٠٠٠٩٢٧٤١	٠٫٠٠٠٠٢٧٧٦٢	٠٫٠٠٠٠٠٠٨٧١
	٦	٠٫٠٠٠٢٢٠٥٣٩	٠٫٠٠٠٣٤٦٨٥٠	٠٫٠٠٠١٢٨٦٧١	٠٫٠٠٠١٠١٧٧٢٧
	٧	٠٫٠٠٠٠٥٤٧٧٢	٠٫٠٠٠٠٦٠٩٥٤	٠٫٠٠٠٠١٧٧٨٣	٠٫٠٠٠٠٠٠٤١٤
	٨	٠٫٠٠٠١٨٢١٤٠	٠٫٠٠٠٣٣٩٨٣٥	٠٫٠٠٠١٤٧٩٠٢	٠٫٠٠٠٠٢٧٤٩٨
	٩	٠٫٠٠٠٠٨٨٠٩٢	٠٫٠٠٠٢١٦٠٩٨	٠٫٠٠٠٠٩٨٢٧٦	٠٫٠٠٠٠٢٨٤٣١
	١٠	٠٫٠٠٠١٨٨٧٧٠	٠٫٠٠٠٢٥٢٢٩١	٠٫٠٠٠٠٨٤٥٢٦	٠٫٠٠٠٠٠٦٧٠٠
٢	١	٠٫٠٠٠٢١٥٨١٤	٠٫٠٠٠٢٣١٣٣٨	٠٫٠٠٠١٢٥٨٨٣	٠٫٠٠٠٠٥٢٥٦٨
	٢	٠٫٠٠٠٦٢٧١٩٧	٠٫٠٠٠٨٧٥٧٣٥	٠٫٠٠٠٥٠٨٩٧٥	٠٫٠٠٠٢٤٦٦٦١
	٣	٠٫٠٠٠٢٢٨١٣١	٠٫٠٠٠٢٤٥١٩٧	٠٫٠٠٠١٣٣٥٣٠	٠٫٠٠٠٠٥٥٨٦٣
	٤	٠٫٠٠٠٦٥٣٧٢٤	٠٫٠٠٠٧٩٧٦٥٢	٠٫٠٠٠٤٤٩٦١٣	٠٫٠٠٠٢٠٣٦٤٩
	٥	٠٫٠٠٠١٥٩٩٧٣	٠٫٠٠٠١٦٩٣٧١	٠٫٠٠٠٠٩١٨٢٤	٠٫٠٠٠٠٣٨٠١٠
	٦	٠٫٠٠٠٣٢٢٣٥١	٠٫٠٠٠٥٤٤١٩٥	٠٫٠٠٠٣٢٧٢٥٣	٠٫٠٠٠١٧٠٥٦٩
	٧	٠٫٠٠٠٠١٤٣٠٨	٠٫٠٠٠٠١٤٥١٨	٠٫٠٠٠٠٠٧٧٦٨	٠٫٠٠٠٠٠٣١١٦
	٨	٠٫٠٠٠١٦٨٢٤٧	٠٫٠٠٠١٧٨٤٦٤	٠٫٠٠٠٠٩٦٨٠٨	٠٫٠٠٠٠٤٠١٢٧
	٩	٠٫٠٠٠٢١٤٨٩٨	٠٫٠٠٠٢٣٠٣١٠	٠٫٠٠٠١٢٥٣١٠	٠٫٠٠٠٠٥٢٣٢٤
	١٠	٠٫٠٠٠٠٠٦٥٨١	٠٫٠٠٠٠٦٦٤٥	٠٫٠٠٠٠٠٠٠٠٦	٠٫٠٠٠٠٠٠٠٠٤
٣	١	٠٫٠٠٠٠٠٠٥٠٨	٠٫٠٠٠٠٠٠٥٠٨	٠٫٠٠٠٠٠٠٦٥١	٠٫٠٠٠٠٠٠٨١٣
	٢	٠٫٠٠٣١١٣٩٢٥	٠٫٠٠٢٥٧٤٣٨٠	٠٫٠٠٣٢٧٨٥٧٩	٠٫٠٠٤٠٤٢٧٥٠
	٣	٠٫٠٠٢٤٥٧٠٥٩	٠٫٠٠٢٢٩١٢٣٠	٠٫٠٠٢٩٢٩٥٦٦	٠٫٠٠٣٦٣٨١٣٢
	٤	٠٫٠٠٣٠١٦٥٦٨	٠٫٠٠٢٧٦٣٠٢٠	٠٫٠٠٣٥٣٠١٩٠	٠٫٠٠٤٣٧٨٩٣٢
	٥	٠٫٠٠١١٩١٥٥٩	٠٫٠٠١١٤٥٤١٧	٠٫٠٠١٤٦٦٥١٤	٠٫٠٠١٨٢٤٩٤٥
	٦	٠٫٠٠١٨٠٢٧١٩	٠٫٠٠١٧٠٨٩٤٩	٠٫٠٠٢١٨٦٦٣١	٠٫٠٠٢٧١٨٤٨٦
	٧	٠٫٠٠٢٢٤٧٦٥١	٠٫٠٠١٧٦٦٦٧٦	٠٫٠٠٢٢٤٨٠١٠	٠٫٠٠٢٧٦٥٣٢٨
	٨	٠٫٠٠١٤٨٩٩٧٢	٠٫٠٠١١١٧٨١٤	٠٫٠٠١٤٢١٩٧٧	٠٫٠٠١٧٤٥٩٧٨
	٩	٠٫٠٠٠٢٧٢٣٠١	٠٫٠٠٠١٧٧٢٠٨	٠٫٠٠٠٢٢٦٠٩٨	٠٫٠٠٠٢٧٦٧٩٥
	١٠	٠٫٠٠٠٠٣٥٤٠١	٠٫٠٠٠٠٣٥٢١٠	٠٫٠٠٠٠٤٥١٥٥	٠٫٠٠٠٠٥٦٣٢٦

جدول رقم (٤) متوسط مربعات الخطا لنظام المعولية عندما n=10 ،k=3

model	t	MLE	Bayes c=1	Bayes c=2	Bayes c=3

	١	٠.٠٢٧٠٠٩٤٣٧	٠.٠١٤٠٩٢٩٩٨	٠.٠٢٦٣٤٣٨٠٧	٠.٠٣٩٦٢١٦٢٤
	٢	٠.٠٠١٥٩٢٢٥٩	٠.٠٠٢١٨٧٦٥١	٠.٠٠٠٤٤٠٩٦٩	٠.٠٠٠٠٢٦٥١٠
	٣	٠.٠٠٧١٨٣١٦٦	٠.٠٠٤٣٨٦٨٧٦	٠.٠٠٥٧٩٣٠٤٣	٠.٠٠٦٨٢٣٩٣٥
	٤	٠.١٣٢٧٧٥٦٩	٠.٠٠٦١٥٧٢٥٠	٠.٠١٦٣٩٧٤٧٧	٠.٠٢٩٨٨٣٠٦٠
١	٥	٠.٠٠٤٤٦١٦٢٤	٠.٠٠٢٧٩٥٨٤٨	٠.٠٠٣٦٠٨٥٨٥	٠.٠٠٤١٧٥١٨٥
	٦	٠.٠٠١٠٨٩١٤٤	٠.٠٠٠١٤٩٣٦٠	٠.٠٠٣٠٩١١٢٩	٠.٠٠٩٤٦٧٣٠١
	٧	٠.٠٢٣١٩٤١٤٩	٠.٠١٣٠١١٢٠٣	٠.٠١٩٤٦٤٨٣١	٠.٠٢٥١٨١٦١٧
	٨	٠.٠١٠٧٢٨٥١٣	٠.٠٠٦٣٩٤٠٢٥	٠.٠٠٨٦٦٨٨٦٠	٠.٠١٠٤٢٠٩٣٣
	٩	٠.٠٢٨٤٩٢٨٧٨	٠.٠١٥٤٦٨٨٨٨	٠.٠٢٥٢٤٥٢٤١	٠.٠٣٤٧٣٥٠٨٢
	١٠	٠.٠٢٨٧٣١٣٤٠	٠.٠١٥٥٤٤٩٩٦	٠.٠٢٥٦٤٤٨٠١	٠.٠٣٥٥٤٧٠٩٤
	١	٠.٠٨٩٤١١٢٩٤	٠.٠٦٦٦٤٩٥٦٩	٠.٠٩٤٢١٠٨٢٥	٠.١٢٢٥٤٠٣٩١
	٢	٠.٠٠٠٤٠٦٨٢٩	٠.٠٠٠٤٢٨٦٧٢	٠.٠٠٠٢٢٤٧٠٧	٠.٠٠٠٠٧٩٣٣٦
	٣	٠.٠٤٣٧٦٠٣١٢	٠.٠٣٧٤٩٠٨١٨	٠.٠٤٠٧٠٥٠٩٥	٠.٠٤٢٨٣٥٨٨٨
	٤	٠.٠٠٠٤٢٤٥٣٢	٠.٠٠٠٤٤٠٦٤١	٠.٠٠٠٢٦٦٤١٣	٠.٠٠٠١٢٨٥٠١
٢	٥	٠.١١٢٤٢٥٦٣٣	٠.٠٨٤١٤٦٣٣١	٠.١١٢٠٨٨٧١٠	٠.١٣٨٩٧٦٣٩٠
	٦	٠.١١٣٣٤٧٠٥٩	٠.٠٨٤٨٦٩٢٥٩	٠.١١٢٧٢٣٢٣٢	٠.١٣٩٤٣١٩١٦
	٧	٠.١٠٨٩٣٥١١٣	٠.٠٨١٤٣٤٦٢٦	٠.١٠٩٦٠٢٠٥٧	٠.١٣٧٠٣٩٨٤٩
	٨	٠.١١٥١٦٠٦٩٤	٠.٠٨٩٢٤٨٥٢١	٠.١٠٦٩٥٤٥٧٣	٠.١٢١٦٢٠٩٦٩
	٩	٠.٢٧١٦٣١٢١	٠.٠٢٤٠٠٠٤٤٤	٠.٠٢٥٥٧٨٥٧٩	٠.٠٢٦٥٥٦٢٧٨
	١٠	٠.٠٣٢١٠٩٠٢٦	٠.٠٢٨٠٨٩٥٠١	٠.٠٣٠١٠٧٦٩٥	٠.٠٣١٣٨٦٦٠٨
	١	٠.٠٥١٠٧١٠٨٤	٠.٠٤٨٩٢٤٨٤٣	٠.٠٥٠٠٠٢٦٤٢	٠.٠٥٠٦٠٥٣٤١
	٢	٠.٠٠٠٠٤٣٨٠٦	٠.٠٠٠٠٤٣٩٤٢	٠.٠٠٠٠٣٨٢١١	٠.٠٠٠٠٣٢٤٣٣
	٣	٠.٠٨٠٩٤٤٧٢٧	٠.٠٧٥٨٩١٩٦٣	٠.٠٧٨٤٢٤٤٢٣	٠.٠٧٩٩٥٦٧٤٥
	٤	٠.٢١٦٦٢٣٥٢١	٠.١٧٥٩٤١٦٠٩	٠.٢١٢٣٩٢٢٩٣	٠.٢٤٥٢٧٤٢٠٢
٣	٥	٠.٠٧٠٣٠٦٤٣٨	٠.٠٦٦٤٢٢٠٦٣	٠.٠٦٨٣٦٣٨٩٠	٠.٠٦٩٥٠٩٥٤٤
	٦	٠.٠٢٦١٦٨٥٨٨	٠.٠٢١٦٤٨٠١٤	٠.٠٣٤٠٩٣٢٨٦	٠.٠٤٩٠٦٥٦٢٢
	٧	٠.٠٠٠٠٦٢١٠١	٠.٠٠٠٠٦٢٤٧٣	٠.٠٠٠٠٥٠٨٨٣	٠.٠٠٠٠٣٩٦٥٣
	٨	٠.٢١٦٣٤٥٩٨٠	٠.١٧٥٦٩٤٤١١	٠.٢١٢١٩٢١٧٤	٠.٢٤٥١٤٠١٠١
	٩	٠.١٦٣١٥٦٧٣	٠.٠١٣٥٦٥٩٨١	٠.٢٢٣٩٥٤٥١	٠.٠٣٣٣٧١٦٦٨
	١٠	٠.١٦٨٤٩٤١٦٦	٠.١٣٥٧٩٧٥١٥	٠.١٧٣٦٧٠٢٣٤	٠.٢١٠٧٣٨١٨٠

جدول رقم (٥) متوسط مربعات الخطا لنظام المعولية عندما $n=25$ ، $k=3$

model	t	MLE	Bayes c=1	Bayes c=2	Bayes c=3

	١	٠٫٠٠٠٠٩٧١٥٣	٠٫٠٠٠١٦٠٧٠١	٠٫٠٠٠٠٠٤٨٨٣	٠٫٠٠٠٠٦٩٤٤٩
	٢	٠٫٠١٣١٩٠٩٨٢	٠٫٠١٠٧٤٧٤٦٣	٠٫٠١٥١٦٩٤٩٠	٠٫٠٢٠٢١٦١٣١
	٣	٠٫٠٠٥٢٢٢٤٥٨	٠٫٠٠٤٨٦٥٢٠٧	٠٫٠٠٥٠٠٣٣١٤	٠٫٠٠٥١١٢٩٩٢
	٤	٠٫٠٤٤٢٢٢٠٠٩	٠٫٠٣٧٠٠٦١١٥	٠٫٠٤٤٧٦٦٨٨٢	٠٫٠٥٢٧٥٢٩٧٣
١	٥	٠٫٠١٤٧٧٣٢١٢	٠٫٠١٢٠٧٤٩١٥	٠٫٠١٦٧٩٥٠٩٥	٠٫٠٢٢١٣٨٥٧١
	٦	٠٫٠١١١٢٩٤٤٣	٠٫٠٠٩٠٢٠٦٩٩	٠٫٠١٣٠٢٥٢٤٥	٠٫٠١٧٦٥١٢٢٥
	٧	٠٫٠٠٥٦١٩١٥٢	٠٫٠٠٤٤٣١٥٥٣	٠٫٠٠٧١٠٠٤٤٣	٠٫٠١٠٣٤٣٤٤٥
	٨	٠٫٠٠٠٢٣٢٠٩٠	٠٫٠٠٠٢٣٢٢٠١	٠٫٠٠٠٢٢٧٣٠٠	٠٫٠٠٠٢٢٢٢٧٥
	٩	٠٫٠٠٤١٢٠٩٢٢	٠٫٠٠٣١٩٦٥٧٦	٠٫٠٠٥٤١٦٣٩٢	٠٫٠٠٨١٨١٥٥٥
	١٠	٠٫٠٠١٥٣٦٨٧٠	٠٫٠٠١٥٩٧١٩٩	٠٫٠٠١٢٢٧٨٦٢	٠٫٠٠٠٩٠٠٩٩٤
	١	٠٫٠٠٢٤٩١٢٦٠	٠٫٠٠١٩٥٤١٨٧	٠٫٠٠٣٥٠٣٣٧٣	٠٫٠٠٥٤٩٠٩٧٤
	٢	٠٫٠٠٦٤١٦٧٦	٠٫٠٠٠٤٤٥٨٢	٠٫٠٠١١٥٨٨٥٠	٠٫٠٠٢٢٠٧٣٦٥
	٣	٠٫٠٦٠٤١٣٨٩٣	٠٫٠٥٢٦٥٣٣٣٧	٠٫٠٥٧٧٤٦٢٣٥	٠٫٠٦٢٤٩٠١٦٧
	٤	٠٫٠٥٧٤٩٠٩١٥	٠٫٠٤٩٠٩٠٨٤٢	٠٫٠٥٧٧٩٥٢٥٣	٠٫٠٦٦٦١٥٣٧٤
٢	٥	٠٫٠٤٥٢٤٨٥٥٠	٠٫٠٣٨٤٩١٩٧٣	٠٫٠٤٦٧٩٩٥٤٥	٠٫٠٥٥٤٦٣٧٩٩
	٦	٠٫٠٠٠٣٣٦٦٤٢	٠٫٠٠٠٢١١٦٠٠	٠٫٠٠٠٧١٨٥٨٤	٠٫٠٠١٥٢٨٨٩٤
	٧	٠٫٠٠٠٥٩١١٥٦	٠٫٠٠٠٤٠٦٣٥٦	٠٫٠٠١٠٨٨٣٦٣	٠٫٠٠٢١٠١٢٦٩
	٨	٠٫٠٤٣٤٦٠٠٤٤	٠٫٠٣٨٥٩٥١٧٨	٠٫٠٤١٢٢٢٩٤٨	٠٫٠٤٣٥٦٤٩٦٢
	٩	٠٫٠٠٢٤٨٧٠٥٥	٠٫٠٠١٩٥٠٦٩٨	٠٫٠٠٣٤٩٨٣١٨	٠٫٠٠٥٤٨٤١٩٧
	١٠	٠٫٠٠٠١٢٠٩١٣	٠٫٠٠٠٠٥٨١٨٣	٠٫٠٠٠٣٦٦٢٤٢	٠٫٠٠٠٩٤٢٥٨٧
	١	٠٫٠١٩٥٦٠٢٤	٠٫٠١٧٧٨١٤	٠٫٠٢٢٢٧٨٥	٠٫٠٢٧٢٤١٥
	٢	٠٫٠٢٤٠٦٩٢٧	٠٫٠٢١٨٧٢٣	٠٫٠٢٧٠٨٢٢	٠٫٠٣٢٧٨٥٤
	٣	٠٫١٦٢٨٦٦١٣٩	٠٫١٤٨٧٨٢٧	٠٫١٥٩١٣٠٠	٠٫١٦٨٧٩٩٩
	٤	٠٫٠٨٨٦٨٥٧	٠٫٠٨٠١٧٧٨	٠٫٠٩٢١٥٦٩	٠٫١٠٤٤٦٤٦
٣	٥	٠٫١٠١٩٦٤٥	٠٫٠٩٦٤٠٩٧٦	٠٫٠٩٩١٠٥٣	٠٫١٠١٤١٠٧
	٦	٠٫٠٠٤٨٠٠٢	٠٫٠٠٤٣٤٩١	٠٫٠٠٥٩٩٠٤	٠٫٠٠٧٩٠٣٩
	٧	٠٫٠٧١٦٤٥٨	٠٫٠٦٨٧٢٠٢	٠٫٠٦٩٩٩٠١	٠٫٠٧١٠٣٩٢
	٨	٠٫٠٣٠٤٧٤١	٠٫٠٢٧٦٧٥٠	٠٫٠٣٣٨٢٠١	٠٫٠٤٠٤٨٣٣
	٩	٠٫٠٠٧٨١٠٢	٠٫٠٠٧٧٦٢٩	٠٫٠٠٧٧٧٩٩	٠٫٠٠٧٧٩١٩
	١٠	٠٫٠٠٠٠٧٥٨	٠٫٠٠٠٠٨٢٧	٠٫٠٠٠٠٣٤٢	٠٫٠٠٠٠٠٦٣

جدول رقم (٦) متوسط مربعات الخطا لدالة المعولية عندما $n=50$ ، $k=3$

model	t	MLE	Bayes c=1	Bayes c=2	Bayes c=3
١	١	٠٫٠٦٨٧٤٣١	٠٫٠٦٣٨٩٨٩	٠٫٠٦٧٨٧٨٦	٠٫٠٧١٨٠١٨
	٢	٠٫٠٢٦٣٦٨٤	٠٫٠٢٥٢٣٩٨	٠٫٠٢٥٧٢٦٥	٠٫٠٢٦١٧٣٢
	٣	٠٫٠٠٠٢٢١٨	٠٫٠٠٠١٧٢٨	٠٫٠٠٠٣٦١٨	٠٫٠٠٠٦٢٠٦
	٤	٠٫٠١٨٢٤٥٣	٠٫٠١٧٥٨٣٧	٠٫٠١٧٨٤٤٧	٠٫٠١٨٠٨١٠
	٥	٠٫٠٠٦٣٦٨١	٠٫٠٠٥٧٨٥٧	٠٫٠٠٧١٤٨٢	٠٫٠٠٨٦٤٦٢
	٦	٠٫٠٦٣٨٧٧٢	٠٫٠٥٩٧٥٦٠	٠٫٠٦٢٤٦٣٢	٠٫٠٦٥٠٧٤٧
	٧	٠٫٠٠١٠٦٦٢	٠٫٠٠٠٩٢٢٨	٠٫٠٠١٣٧٦٩	٠٫٠٠١٩٢١٧
	٨	٠٫٠٣٦٥٠٤٣	٠٫٠٣٤٦٩٤٦	٠٫٠٣٥٥٦٠٩	٠٫٠٣٦٣٦٢٣
	٩	٠٫٠٠٨٨٩١٧٠	٠٫٠٠٨٦٨٥٦	٠٫٠٠٨٧٦٥٩	٠٫٠٠٨٨٣٧٠
	١٠	٠٫٠٠٠٣٣٥٤	٠٫٠٠٠٣٣٥٦	٠٫٠٠٠٣٣٠٠	٠٫٠٠٠٣٢٤٣
٢	١	٠٫٠٠٢٤٥٩٩	٠٫٠٠٢١٧٢٤٢	٠٫٠٠٢٩٤٧٤	٠٫٠٠٣٨٣٧٩
	٢	٠٫٠٤٣٤٤٣٠	٠٫٠٤٠٨٩٠٤	٠٫٠٤٢٢٥٧٦	٠٫٠٤٣٥٤٨٨
	٣	٠٫٠٠٣١٨٨٧	٠٫٠٠٢٨٣٦٦	٠٫٠٠٣٧٤٤٨	٠٫٠٠٤٧٧٥٣
	٤	٠٫٠٦١٤٣٢٠	٠٫٠٥٦٨٢٤٦	٠٫٠٦٠٩٠٦٥	٠٫٠٦٤٩٦٤٢
	٥	٠٫٠٠٠٣٤٥٠	٠٫٠٠٠٢٧٤٠	٠٫٠٠٠٥٢٤٠	٠٫٠٠٠٨٥٤٧
	٦	٠٫٠١٠٩٣٣١	٠٫٠١٠٥٧٥١	٠٫٠١٠٧٠٦٤	٠٫٠١٠٨٢٤٠
	٧	٠٫٠٠١١٥٥٥	٠٫٠٠١١٦٠٠	٠٫٠٠١١٠٤٢	٠٫٠٠١٠٤٨٩
	٨	٠٫٠٠٠٥٣٤٩	٠٫٠٠٠٤٣٩٦	٠٫٠٠٠٧٥٧٦	٠٫٠٠١١٦١٨
	٩	٠٫٠٠٠٠٥٢٢	٠٫٠٠٠٠٧١٦	٠٫٠٠٠٠١٢٨	٠٫٠٠٠٠٠١٧
	١٠	٠٫٠٠٠٠٠٠٠١	٠٫٠٠٠٠٠٠٠١	٠٫٠٠٠٠٠٠٠١	٠٫٠٠٠٠٠٠٠١
٣	١	٠٫٠٠٠٠١٤٦	٠٫٠٠٠٠١٤٦	٠٫٠٠٠٠١٤٥	٠٫٠٠٠٠١٤٤
	٢	٠٫٠٦١٥٥٣٩	٠٫٠٥٩٤٧٠٧	٠٫٠٦٠٤٢٤٥٠	٠٫٦١٣٠٤٣
	٣	٠٫٠٧٦٥٥٠٩	٠٫٠٧٢٠٤٤٥	٠٫٠٧٧٦١٦٨	٠٫٠٨٣٢٥٥٥
	٤	٠٫١٠٢١٣٣١	٠٫٠٩٦٢٤٣٠	٠٫١٠١٩٩٧٠	٠٫١٦٧٧١٤٥
	٥	٠٫٠١٦٧٦٥٠	٠٫٠١٥٧٦٢٩	٠٫٠١٨٠١٣٢	٠٫٠٢٠٣٩٨٥
	٦	٠٫٠٤٣٣٠٦٦	٠٫٠٤٠٧٥٥٢	٠٫٠٤٤٩٢٨٢	٠٫٠٤٩٢٤٠٠
	٧	٠٫٠٣١١٠٩٥	٠٫٠٣٠٤٣٧٨	٠٫٠٣٠٦٨٩٥	٠٫٠٣٠٩١٥٠
	٨	٠٫٠١٥٣٠٦٦	٠٫٠١٥١٠٤٥	٠٫٠١٥١٧١٠	٠٫٠١٥٢٢٩٠
	٩	٠٫٠٠٢٠٣٥٢	٠٫٠٠١٥٩٩	٠٫٠٠٢٤٢١٨	٠٫٠٠٣٠٢٩٣
	١٠	٠٫٠٠٠٤٩٩٥	٠٫٠٠٠٤٣٤٦	٠٫٠٠٠٤١٣٨١	٠٫٠٠٠٣٩٣١

Reliability Estimation For Stand by System using Weibull Distribution

Akbal Jabbar Al-isawi

Al-Mustansiriyah University

College of Science - Department of Mathematics

Abstract: *In this paper estimation methods were studied for the reliability function of stand by system by Weibull distribution . Maximum likelihood and bayes method were applied in estimation . To compare between these methods, simulation study was applied by the statistical indicator ,mean squared error (MSE) for different size.*