تصميم لوحات السيطرة باستخدام التقريب الاحتمالي ودوال الانتماء للبيانات اللغوية

أ.م. عائدة هادي صالح
aidastat@yahoo.com
الجامعة المستنصرية - كلية الادارة والاقتصاد - قسم الاحصاء

المستخلص

في الواقع يصنف الانتاج الى ممتاز، جيد، متوسط، وردئ، أي أن نسب المعيب في الانتاج تحمل صفة الضبابية (الغموض)، وللتعامل مع حالة عدم التأكد الناتج من الغموض، تم تكوين مخططات السيطرة الضبابية وباستخدام تقريبي (الاحتمالية ودوال الانتماء) المعتمدة على طرائق التحويلات (المنوال الضبابي، متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، المعدل الضبابي). تم استعمال تقريبي (الاحتمالية ودوال الانتماء) لتكوين لوحات السيطرة لتوكيد النوعية عندما تكون المشاهدات بصيغة البيانات اللغوية، كلا التقريبين يعتمد على نظرية المجموعة الضبابية، وتم استعمال المجموعات الفرعية الضبابية لصيغة المصطلحات اللغوية المستخدمة لوصف نوعية الانتاج، ويختلف التقريبان في تفسيراتهم في حدود السيطرة والاجراءات المستخدمة لتقليل المجموعات الفرعية الضبابية للقياس لتحديد معلمات السيطرة.

الكلمات الرئيسية: سيطرة ضبابية.

المقدمة

تستعمل لوحات السيطرة بكثرة في عمليات السيطرة الاحصائية، النوع الأكثر عموماً من لوحات السيطرة يتضمن خط الوسط (CL)، وخطا السيطرة يسميان حد السيطرة الأدنى (LCL) وحد السيطرة الأعلى (UCL). خط الوسط يمثل تقدير مستوى جودة الانتاج، حدي السيطرة يحتويان على مدى التغير الطبيعي الواقع حيث الأغلبية الواسعة من المشاهدات تقع بينهما عندما تكون العملية تحت السيطرة. رسم النقاط على اللوحة يمثل العينات المسحوبة من العملية، النقاط خارج حدود السيطرة تشير الى ظهور أسباب لاصدفية (Assignable Causes) تتمثل في المواد الأولية أو مستوى الضبط الآلي للمعدات أو مهارات الفنيين، وتتوزع الانحرافات (الاختلافات) الناشئة عنها بصورة غيرعشوائية حول الوسط الحسابي للعينة، فيتم اللجوء الى معالجتها ومنع تكرارها، إذ أن وجودها واستمرارها يعني انتاج وحدات معيبة (غير مطابقة للمواصفات). أما النقاط الواقعة بين حدود السيطرة تشير الى الحالات الطبيعية والتي تكون مطابقة للمواصفات.

لوحات السيطرة التي تعتمد على البيانات التي تمثل متغير واحد أو عدة متغيرات نوعية متعلقة بمواصفات الانتاج، إذا كانت تلك المواصفات مقاسة بقياسات رقمية فأن لوحات السيطرة للمتغيرات (X-Bar) و (R) و (S) سوف تستخدم، أما إذا كانت النوعية متعلقة بمواصفات لانستطيع تمثيلها بسهولة بشكل رقمي مثال ذلك المظهر، النعومة، اللون، فأن وحدات الانتاج تصنف أما الى مطابقة أو غير مطابقة اعتمادا على كونها تلبي بعض المواصفات وفي هذه الحالة نستخدم مخططات السيطرة للصفات مثل مخطط السيطرة لنسبة الوحدات المعابة (P- Chart) ومخطط السيطرة لعدد العيوب (C-Chart) .

التصنيف الثنائي الى مطابقة أو غير مطابقة غير مناسب اذا كانت نوعية الانتاج تتغير بشكل تدريجي، في هذه الحالات توجد مصطلحات وسطية مثل "ممتاز"، "جيد"، "متوسط"، "مقبول"، "ردئ" هي مناسبة أكثر. الغموض واللبس في التقييمات اللغوية ربما يعالج حسابياً بمساعدة نظرية المجموعة الضبابية.

هدف البحث

تصميم لوحات سيطرة ضبابية باستخدام طرائق التحويلات (المنوال الضبابي، متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، والمعدل الضبابي)، عندما تكون المشاهدات بصيغة البيانات اللغوية (Linguistic data) لوصف نوعية الانتاج والوصول الى انتاج سلعة مطابقة للمواصفات.

الجانب النظري

اقترحت الكثير من الطرائق لتحسين أداء مخططات السيطرة النوعية، وتم استخدامها بشكل واسع في جميع مجالات الصناعة، وثبت بأنها تقنية لتحسين النوعية الانتاجية، ويتم استخدام هذه المخططات عندما تكون البيانات المطلوبة لإعداد هذه المخططات دقيقة، أما في حالة كون البيانات المطلوبة لإعداد مخططات السيطرة غير دقيقة ويأتي عدم التأكد من نظام القياس بما في ذلك العاملين أو الأوضاع البيئية، وبالتالي فأن حالة عدم التأكد (الغموض) تجعل من مخططات السيطرة النوعية التقليدية غير قابلة للتطبيق طالما أنها تحتاج الى بيانات دقيقة. ومن هنا جاء استخدام المنطق المضبب الذي هو عبارة عن أدوات رياضية تستخدم في عملية صنع القرار في حالة غياب المعلومات الدقيقة.

أن دراسة المجموعات الضبابية نال اهتمام العديد من العلماء والباحثين في شتى المجالات التطبيقية والنظرية وفي مختلف المجالات الحياتية، إذ غالباً مايتعرض الانسان الى مشاكل معقدة تتطلب منه اتخاذ القرار المناسب باعتماد الافتراضات والمحددات التي قد تكون في طبيعتها غامضة وغير مؤكدة (ضبابية)، إذ ان عدم التأكد له تأثير كبير في

عملية اتخاذ القرار المناسب لحل أية مشكلة. والمنطق المضبب هو تقنية تتمتع بقدرة عالية على ايجاد الحلول للمشاكل المختلفة ، وتوجد الكثير من تطبيقات المنطق المضبب الداخلة ضمن عمليات السيطرة والمعلوماتية. ويوفر المنطق المضبب طريقة بسيطة جداً للحصول على استنتاجات محددة من معلومات غير دقيقة وغامضة ومهمة، بمعنى آخر أن المنطق المضبب يحاكي حالات اتخاذ القرارات لدى الانسان مقرونة بمحاولات لايجاد حلول دقيقة من بيانات تقريبية.

المجموعة الضبابية Fuzzy Set

هي مجموعة من العناصر مع درجة انتمائها، وأن هذه المجموعة ميزت بدالة الانتماء التي خصصت لكل عنصر درجة انتماء ذات مدى مابين الصفر والواحد وهي تمثل درجة انتماء العنصر (x) الى المجموعة $(\widetilde{A})$ والتي تكون على شكل أزواج مرتبة .

$$\widetilde{A} = \{x; \mu_{\widetilde{A}}(x) \mid x \in X\}$$
$$\mu_{\widetilde{A}}(x) \in [0,1]$$

دالة الانتماء Membership Function

تمثل أحد أفراد الزوج المرتب الذي يمثل المجموعة الضبابية، ويمكن أن نعبر عنها بدرجة انتماء العنصر للمجموعة الضبابية والتي تتراوح بين [1,0] والتي تعرف كالآتي:

$$\mu_{\widetilde{A}}(x) \rightarrow [0,1]$$

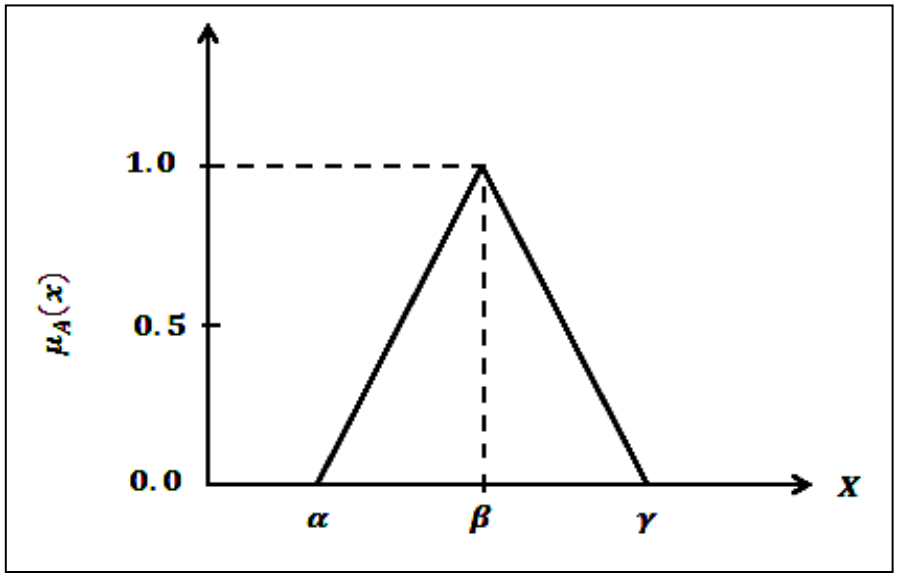
فإذا كانت درجة انتماء العنصر [0] فهذا يعني أن العنصر غير موجود في المجموعة الضبابية، أما إذا كانت درجة انتماء العنصر [1] فهذا يعني أن العنصر ينتمي بالتمام الى المجموعة الضبابية، والدرجات الأخرى تتفاوت ما بين الصفر والواحد. وعندما تكون درجة انتماء العنصر [0.5] فهذا يعني أن العنصر ينتمي بدرجة [0.5] الى المجموعة الضبابية ويدعى هذا العنصر بنقطة التوازن. إذا وجد عنصر ذو درجة انتماء عالية فأن درجة انتمائه تكون (0.6) أو (0.7) أو (0.8) أو (0.9)، أما إذا كان ذا درجة انتماء ضعيفة فأن درجة انتمائه تكون (0.2) أو (0.3) أو (0.4). توجد عدة صيغ للتعبير عن المجموعة الضبابية ومنها هذه الصيغة التي يمكن تمثيل المجموعة الضبابية على شكل أزواج مرتبة.

$$\widetilde{A} = \{x, \mu_{\widetilde{A}}(x)\} = \{(1,0.4),(2,0.7),(3,1),(4,0.7),(5,0.4),(6,0.1)\}$$

اشكال دوال الانتماء

تقسم دوال الانتماء الى دوال خطية ودوال لا خطية، واكثر الأشكال شيوعاً هي الدالة المثلثية (Triangular) ودالة شبه المنحرف (Trapezoidal)، والدالة الجرسية (Gaussion). الدالة المثلثية تمتلك ثلاث معلمات (α, β, γ) ويمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية :

$$\mu_A(x;\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 0 & x \le \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \le x \le \beta \\ \dfrac{\gamma-x}{\gamma-\beta} & \beta \le x \le \gamma \\ 0 & x \ge \gamma \end{cases}$$



شكل رقم (1) يمثل الدالة المثلثية

حيث أن:

α: تمثل المدى من ناحية اليسار.

ß : تمثل المتوسط أو (المنوال) .

γ : تمثل المدى من ناحية اليمين .

تكون $\mu(x) = 0$ عندما $x = \alpha$ و $x = \gamma$

المتغيرات اللغوية Linguistic Variables

في الرياضيات يكون المتغير عددياً (Numeric) وبالتالي تكون قيمته كمية، أما في منطق الغموض فأن المتغيرات تحمل قيماً على شكل كلمات من اللغة مثل ("بارد"، "معتدل"، "دافئ"، "حار")، وتكمن أهمية المتغير اللغوي في أن الانسان نجح في تلخيص المعلومات الكثيرة وتحليل الأنظمة المعقدة واصدار القرارات الصعبة عن طريق استعمال اللغة وليس باللجوء الى المتغيرات العددية. ويتم تمثيل كل قيمة من هذه القيم اللغوية عن طريق مجموعة ضبابية، فمثلاً T يمثل مجموعة المصطلحات اللغوية بالشكل التالي:

T = (بارد، معتدل، دافئ، حار)

في نظرية المجموعة الضبابية، T(L) يمثل مجموعة المصطلحات التي تضم كل القيم الممكنة التي يأخذها L، حيث L هو مصطلح لغوي (متغير لغوي) يمثل صفة أو مجموعة صفات. ففي مجال بحثنا هذا تكون مجموعة المصطلحات التي تضم المصطلحات اللغوية بالشكل التالي:

T(L)={bad , Medium , Good , Excellent}

من السهل عادة قياس مدى المتغير الأساسي لفترة مغلقة [1,0]، المجموعة الفرعية الضبابية F موصوفة بواسطة دالة الانتماء $\mu_F(x)$ التي تربط الرقم في الفترة [1,0] لكل قيمة للمتغير الأساسي، هذا الرقم يمثل درجة انتماء القيمة x للمتغير الأساسي. من الممكن انجاز العمليات الحسابية على المتغيرات اللغوية الممثلة كمجموعة ضبابية بتطبيق التعاريف والعمليات الحسابية على المجموعات الضبابية .

القيم الممثلة للمجموعة الفرعية الضبابية
Representative value for a fuzzy subset

العينات مشاهداتها متكونة من بيانات لغوية، فالعينة الواحدة تنتمي بياناتها الى مجموعة من المصطلحات اللغوية والتي هي {Bad, Medium, Good, Excellent} والتي تمثل أصناف المنتوج، وهناك قيم ممثلة مقابلة للمصطلحات اللغوية هي: {0 , 0.25 , 0.5 , 1}. فالقيمة (0) تقابل المصطلح اللغوي (Excellent)، والقيمة (0.25) تقابل المصطلح اللغوي (Good) ، والقيمة (0.5) تقابل المصطلح اللغوي (Medium)، والقيمة (1) تقابل المصطلح اللغوي (Bad).

إذاً كل مشاهدة من البيانات اللغوية في العينة هي مصطلح لغوي يتعلق بالمجموعة الفرعية الضبابية المعرفة على المتغير الأساسي x الذي يمثل عدد المشاهدات والموصوفة بدالة الانتماء التي تمثل القيمة الممثلة. فالمجموعة الفرعية الضبابية كما تم

تعريفها سابقاً تمثل العنصر (المتغير الأساسي) مع درجة انتمائه. وفي هذا البحث تكون المجموعة الفرعية الضبابية متمثلة بالمصطلح اللغوي مع قيمته الممثلة بالشكل التالي:

$$\tilde{A} = \{L_i, r_i\}$$

حيث L_i تمثل المصطلح اللغوي و r_i القيمة الممثلة للمصطلح اللغوي. وبذلك تكون المجموعة الفرعية الضبابية بالشكل التالي:

$$\tilde{A} = \{(Excellent,0),(Good,0.25),(Medium,0.5),(Bad,1)\}$$

فالمجموعة الفرعية الضبابية للعينة الأولى تكون:

$$\tilde{A} = \{(5,0),(3,0.25),(2,0.5),(0,1)\}$$

المجموعات الفرعية الضبابية تحولت في النهاية الى قياسات للسماح باحتساب حدود السيطرة ورسم نقاط العينات على اللوحة.

في هذا البحث سوف نقدم أربعة طرائق لتحويلات المجموعات الفرعية الضبابية الى قيمها الممثلة (المنوال الضبابي، متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، والمعدل الضبابي). هذه الطرائق الأربعة حدسية وموازية لمقاييس النزعة المركزية المستخدمة في الاحصاءات الوصفية. F هي المجموعة الفرعية الضبابية، x هو المتغير الأساسي، $\mu_F(x)$ هي دالة الانتماء.

1. المنوال الضبابي Fuzzy Mode

f_{mode} هو قيمة المتغير الأساسي عندما تكون دالة الانتماء مساوية الى 1.

$$f_{\text{mode}} = \{x | \mu_F(x) = 1\} \quad \forall x \in F \qquad (1)$$

المنوال الضبابي يكون وحيد إذا كانت دالة الانتماء أحادية الشكل (Unimodal) تعني احادية القمة أي أحادية المنوال، غير ذلك فأن المجموعة الفرعية للمتغير الأساسي التي تحقق حالة $\mu_F(f_{\text{mode}}) = 1$ يجب أن يكون مستمراً حيث دالة الانتماء محددة بالافتراضات والمنوال الضبابي معرف كنقطة منتصف لتلك المجموعة الفرعية.

2. متوسط المدى الضبابي The α - Level fuzzy midrange

$f_{mr}(\alpha)$ هو معدل نقطتي النهاية لـ $\alpha - Level$ cut. ويرمز لـ $\alpha - Level$ cut بالرمز F_α وهو مجموعة فرعية اعتيادية للمتغير الأساسي x تحتوي على كل قيم دوال الانتماء التي هي أكبر من أو تساوي α.

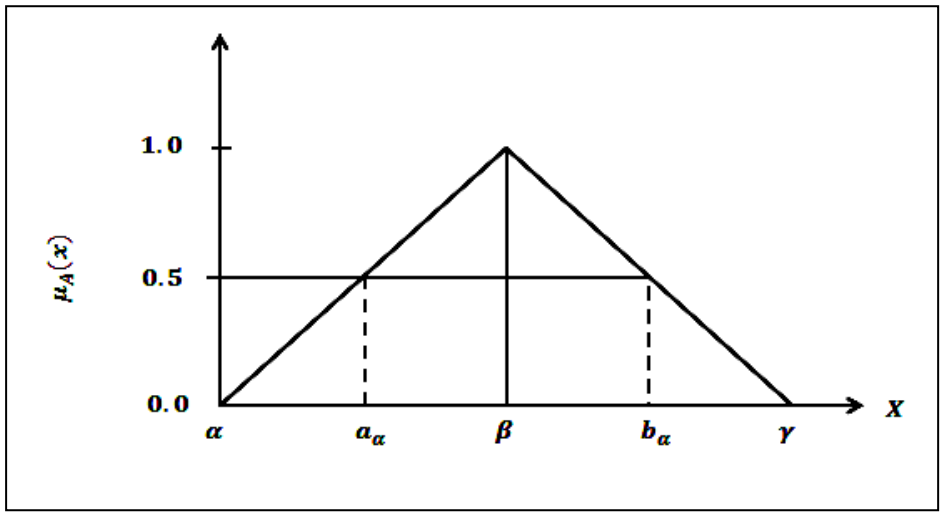
$$F_\alpha = \{x | \mu_F(x) \geq \alpha\} \quad (2)$$

إذا كانت a_α و b_α هما نقطتا النهاية لـ $\alpha - Level$ cut حيث $a_\alpha = Min\{F_\alpha\}$

و $b_\alpha = Max\{F_\alpha\}$ فأن :

$$f_{mr}(\alpha) = \frac{a_\alpha + b_\alpha}{2} \quad (3)$$

المنوال الضبابي هو حالة خاصة من $\alpha - Level$ متوسط المدى الضبابي عندما α=1.



شكل رقم (2) يوضح α - Level

3. الوسيط الضبابي Fuzzy Median

f_{med} هو النقطة التي تقسم المساحة تحت دالة الانتماء الى منطقتين متساويتين وتحقق المعادلة التالية :

$$\int_a^{f_{med}} \mu_F(x)dx = \int_{f_{med}}^b \mu_F(x) = \frac{1}{2}\int_a^b \mu_F(x)dx \quad (4)$$

حيث a و b هما نقطتا النهاية في المتغير الأساسي للمجموعة الفرعية الضبابية F.

4. المعدل الضبابي Fuzzy Average

f_{avg} هو المعدل الضبابي الذي عرف من قبل العالم زاده بالشكل التالي :

$$f_{avg} = Av(x;F) = \frac{\int_{x=0}^{1} x\mu_F(x)dx}{\int_{x=0}^{1} \mu_F(x)dx} \qquad (5)$$

حالياً لايوجد أساس نظري يدعم أفضلية طريقة على أخرى، والاختيار يكون بينهم ربما يعتمد على تفضيلات مستخدمي هذه المقاييس .

التقريب الاحتمالي Probabilistic Approach

سمي بالتقريب الاحتمالي لأن حدود السيطرة أشتقت اعتماداً على النقاش الاحتمالي او التفسير الاحتمالي. عندما تحول المشاهدات من المصطلحات اللغوية الى قيمها الممثلة يكون التقريب الاحتمالي مناسب (ملائم) للتطبيق في لوحات السيطرة للمتغيرات. فالتقريب الاحتمالي وتقريب دالة الانتماء كلاهما يعتمد على مفاهيم أساسية من نظرية المجموعة الضبابية، لكنهما يختلفان في مدى احتفاظ البيانات بالضبابية، وقي طريقة تعريف حدود السيطرة.

في التقريب الاحتمالي نحصل على القيم الممثلة بشكل مباشر من المصطلحات اللغوية المتعلقة بالمشاهدات. القيم الممثلة لعينة تحسب كمعدل للقيم الممثلة للمشاهدات في العينات. خط الوسط يحسب كمعدل عام لمتوسطات العينات. وتقدير الانحراف المعياري للعينة نحصل عليه من معدل الانحرافات المعيارية للعينات. نقاط العينة تحسب لاحقاً بالرسم على اللوحة كمعدل للقيم الممثلة للمصطلحات اللغوية في العينة.

مجموعة المصطلحات تتألف من t من المصطلحات، كل مصطلح L_i يتعلق بالمجموعة الفرعية الضبابية F_i وموصوف بدالة الانتماء $\mu_i(x_i)$. لدينا m من العينات بـ n من المشاهدات، k_{ij} يمثل عدد المشاهدات في العينة j حيث $j= 1,2,.....,m$ والتي صنفت بواسطة المصطلح اللغوي L_i.

والتقريب الاحتمالي يتضمن الخطوات التالية :

1. المجموعات الفرعية الضبابية F_i المتعلقة بالمصطلحات اللغوية L_i حولت الى قيمها الممثلة r_i بإحدى طرق التحويلات الأربعة (المنوال الضبابي، متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، المعدل الضبابي)، وسوف نستخدم طريقة تحويل المنوال الضبابي.

2. لكل عينة j نحسب متوسط العينة M_j كمتوسط للقيم الممثلة لـ n من المشاهدات في العينة :

$$M_j = (k_{1j}r_1 + k_{2j}r_2 + ... + k_{tj}r_t)/n \quad (6)$$

3. لكل عينة j نحسب الانحراف المعياري SD_j كانحراف معياري للقيم الممثلة للمشاهدات في العينة

$$SD_j = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{t} k_{ij}(r_i - M_j)^2 \right)^{1/2} \quad (7)$$

4. خط الوسط CL يحسب كمعدل عام لمتوسطات العينات M_j

$$CL = \frac{\sum_{j=1}^{m} M_j}{m} = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{t} r_i k_{ij}}{mn} \quad (8)$$

5. متوسط الانحراف المعياري MSD يحسب كمعدل للانحرافات المعيارية لـ m من العينات .

$$MSD = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} SD_j \quad (9)$$

6. الحد الأدنى للسيطرة LCL والحد الأعلى للسيطرة UCL يحددان من صيغ لوحات السيطرة للمتغيرات. النقاط التي رسمت على اللوحة تمثل متوسطات القيم الممثلة والتي عرفت على مدى المتغير الأساسي للفترة القياسية [0,1]، ولذلك فأن :

$$LCL = Max\{0, (CL - A_3 MSD)\} \quad (10)$$

$$UCL = Min\{1, (CL + A_3 MSD)\} \quad (11)$$

العامل A_3 يحسب وفق الصيغة التالية:

$$A_3 = \frac{3}{C_4 n^{1/2}} \quad , \quad C_4 = \left(\frac{2}{n-1}\right)^{1/2} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}. \quad (12)$$

تقريب دالة الانتماء Membership Approach

في تقريب دالة الانتماء، تدمج المجموعات الفرعية الضبابية المطابقة للمشاهدات في مجموعة واحدة، واستناداً الى قواعد الحساب المضبب فأن مجموعة المصطلحات تتألف من t من المصطلحات، كل مصطلح L_i يتعلق بمجموعة فرعية F_i موصوفة بدالة الانتماء $\mu i\ (xi)$. العينة S تتكون من n من المشاهدات:

$S = \{(L_1, k_1), (L_2, k_2), ..., (L_i, k_i)\}$ حيث k_i تمثل عدد المشاهدات مصنفة بواسطة المصطلح اللغوي L_i. في تقريب دالة الانتماء متوسط العينة S يوصف بواسطة المجموعة الفرعية الضبابية MF والذي نحصل عليه من العملية الآتية على المجموعة الفرعية الضبابية للمشاهدات الفردية :

$$MF_j = (k_1F_1 + k_2F_2 + ... + k_iF_i)/n \qquad (13)$$

فلو تأملنا المجموعة الضبابية A، وفرضنا أن x_m يرمز الى المنوال أو (متوسط المدى عند $\alpha = 1$) فأن دالة الانتماء تتكون من جزأين، الأول الى يسار x_m ويرمز له $x_L(\alpha)$، والثاني الى يمين x_m ويرمز له $x_r(\alpha)$. ويفسر كالآتي: $x_L(\alpha)$ هو القيمة الأصغر للمتغير الأساسي x، وقيمة دالة انتمائه تساوي α و $x_r(\alpha)$ هو القيمة الأكبر للمتغير الأساسي x وقيمة دالة انتمائه تساوي α حيث α تمثل قيمة الانتماء، و $(0 \le \alpha \le 1)$.

متوسط الانحراف للمجموعة الفرعية الضبابية A يرمز له $\delta(A)$ يعرف على أنه مجموع (متوسط الانحراف نحو اليسار Left mean deviation) ويرمز له $\delta_L(A)$ و(متوسط الانحراف نحو اليمين right mean deviation) ويرمز له $\delta_r(A$ والذي يعرف وفقاً للصيغة التالية:

$$\delta(A) = \delta_L(A) + \delta_r(A)$$

$$= \int_{\alpha=0}^{1} [x_m - x_L(\alpha)]d\alpha + \int_{\alpha=0}^{1} [x_r(\alpha) - x_m]d\alpha$$

$$= \int_{\alpha=0}^{1} [x_r(\alpha) - x_L(\alpha)]d\alpha \qquad (14)$$

متوسط الانحراف نحو اليسار $\delta_L(A)$ ومتوسط الانحراف نحو اليمين $\delta_r(A)$ يساوي المساحة تحت دالة الانتماء الى يسار ويمين المنوال x_m..

خطوات تكوين لوحة السيطرة المعتمدة على تقريب دالة الانتماء:

1. معدل المجموعة الفرعية الضبابية MF_j يطابق متوسط العينة j والذي نحصل عليه كما يلي :

$$MF_j = (k_{1j}F_1 + k_{2j}F_2 + ... + k_{ij}F_i)/n \quad (15)$$

2. المعدل العام لـ m من العينات المتوفرة يرمز له (GMF) ويحسب كمعدل لمتوسطات العينات.

$$GMF = \frac{\sum_{j=1}^{m} MF_j}{m} \quad (16)$$

3. خط الوسط CL يحسب بتحويل (GMF) الى قيمته الممثلة بإحدى طرق التحويل الأربعة المذكورة سابقاً.
4. متوسط الانحرافات للمجموعة الفرعية الضبابية يرمز له بالرمز $\delta(GMF)$ يحسب وفق المعادلة (9).
5. المضروب (k) يمثل عدد الانحرافات المتوسطة $\delta(GMF)$ من خط الوسط الى مواقع حدود السيطرة .
6. قيم حدود السيطرة تحسب كالآتي:

$$LCL = Max\{0, (CL - k\delta(GMF)\} \quad (17)$$
$$UCL = Min\{1, (CL + k\delta(GMF)\} \quad (18)$$

الجانب التطبيقي

استخدمنا في هذا البحث (20) عينة بحجم (10) مشاهدات لكل عينة ، لتكوين لوحة السيطرة للبيانات اللغوية باستخدام التقريبات الاحتمالية ودوال الانتماء بطرائق التحويلات الضبابية (المنوال الضبابي، متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، المعدل الضبابي).

مجموعة المصطلحات تتكون من: (Bad, Medium, Good, Excellent) هذه المصطلحات تمثل أصناف المنتوج حيث يصنف المنتوج الى ممتاز (Excellent)، جيد (Good)، متوسط (Medium)، وردئ (Bad). القيم الممثلة المقابلة للمصطلحات اللغوية : (0 , 0.25 , 0.5 , 1). وبما أن أصناف المنتوج هي أربعة ، فان القيم الممثلة المقابلة لأصناف المنتوج هي أيضاً أربع قيم تتراوح بين الصفر والواحد استنادا الى مفهوم دالة الانتماء التي تكون قيمتها محصورة بين الصفر والواحد . أصغر

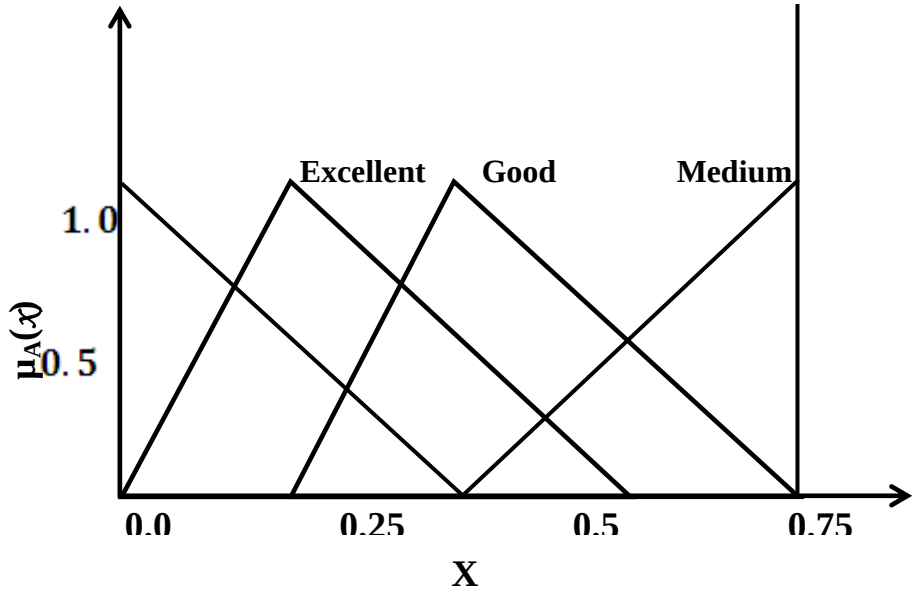
قيمة هي (0) تطابق مستوى النوعية الأكثر مرغوباً (Excellent). أكبر قيمة هي (1) تطابق النوعية الأقل رغبة (Bad).

القيم الممثلة ri	المصطلحات اللغوية (أصناف المنتوج) k_i
0	Excellent
0.25	Good
0.50	Medium
1	Bad

أما دوال الانتماء المتعلقة بالمصطلحات اللغوية فهي:

$$\mu_E = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ -2x+1 & 0 \le x \le 0.5 \\ 0 & x \ge 0.5 \end{cases}, \quad \mu_G = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ 4x & 0 \le x \le 0.25 \\ -2x+\frac{3}{2} & 0.25 \le x \le 0.75 \\ 0 & 0.75 \le x \end{cases}$$

$$\mu_M = \begin{cases} 0 & x \le 0.25 \\ 4x-1 & 0.25 \le x \le 0.5 \\ -2x+2 & 0.5 \le x \le 1 \\ 0 & 1 \le x \end{cases}, \quad \mu_B = \begin{cases} 0 & x \le 0.5 \\ 2x-1 & 0.5 \le x \le 1 \\ 0 & 1 \le 0.5 \end{cases}$$



شكل رقم (3) يبين القيم الممثلة للمصطلحات اللغوية

جدول (1) توزيع المشاهدات بواسطة المصطلحات اللغوية

Sample Number	Linguistic terms المصطلحات اللغوية			
	Excellent	Good	Medium	Bad
1	5	3	2	0
2	4	2	3	1
3	5	3	1	1
4	3	2	3	2
5	2	5	2	1
6	5	3	2	0
7	3	5	2	0
8	2	5	1	2
9	4	3	3	0
10	1	4	5	0
11	4	4	2	0
12	3	3	2	2
13	3	3	3	1
14	5	3	2	0
15	5	0	3	2
16	2	4	2	2
17	3	2	4	1
18	4	1	3	2
19	5	2	2	1
20	2	3	3	2

أولاً: باستخدام التقريب الاحتمالي

1. نقوم بتحويل المجموعات الفرعية الضبابية المتعلقة بالمصطلحات اللغوية الى قيمها الممثلة لكل من طرق التحويلات (المنوال الضبابي، متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، المعدل الضبابي)، وتظهر النتائج في جدول (2).

جدول (2) القيم الممثلة للمصطلحات اللغوية لطرائق التحويلات

طرق التحويلات	Linguistic terms المصطلحات اللغوية			
	Excellent	Good	Medium	Bad
f_{mode}	0.000	0.250	0.500	1.000
$f_{mr}(0.5)$	0.125	0.3125	0.5625	0.875
f_{med}	0.146	0.323	0.531	0.854
f_{avg}	0.167	0.3335	0.4995	0.833

الخطوتين (2 ، 3) يتم احتسابهما لكل عينة من العينات باستخدام طريقة التحويل المختارة، ولنأخذ اولاً طريقة التحويل باستخدام المنوال الضبابي:

2. باستخدام المعادلة (6) نقوم باحتساب متوسطات العينات الـ (20)، وتعتبر هذه المتوسطات كمتوسطات للقيم الممثلة لـ (10) مشاهدات في العينة. لاحتساب متوسط العينة الأولى:

$$M_1 = (5*0+3*0.25+2*0.50+0*1)/10 = 0.175$$

وهكذا تحتسب بقية متوسطات العينات M_j، والجدول رقم (3) يبين النتائج.

3. باستخدام المعادلة (7) نقوم باحتساب الانحراف المعياري SD_j للعينات الـ (20)، وتعتبر هذه الانحرافات المعيارية كانحرافات معيارية للقيم الممثلة للمشاهدات في العينة. لاحتساب الانحراف المعياري للعينة الأولى :

$$SD_1 = \left\{\frac{1}{9}\left[5(0-0.175)^2 + 3(0.25-0.175)^2 + 2(0.50-0.175)^2 + 0(1-0.175)^2\right]\right\}^{1/2}$$

$$= 0.2058$$

وهكذا تحتسب بقية الانحرافات المعيارية SD_j للعينات، والجدول رقم (3) يبين النتائج .

4. نقوم باحتساب خط الوسط CL والذي يكون مساوياً الى المعدل العام لمتوسطات العينات وفق المعادلة (8).

$$CL = \frac{6.00}{20} = 0.30$$

5. نقوم باحتساب متوسط الانحراف المعياري MSD ويحسب كمعدل للانحرافات المعيارية للعينات الـ (20) وفق المعادلة (9) .

$$MSD = \frac{5.9274}{20} = 0.2964$$

جدول (3) يبين قيم متوسطات العينات والانحرافات المعيارية

رقم العينة	M_j	SD_j
1	0.175	0.2058
2	0.30	0.3291
3	0.225	0.3217
4	0.40	0.3764
5	0.325	0.2898
6	0.175	0.2058
7	0.225	0.1844
8	0.375	0.3585
9	0.225	0.2189
10	0.35	0.1749
11	0.20	0.1972
12	0.375	0.3776

13	0.325	0.3130
14	0.175	0.2059
15	0.35	0.4116
16	0.40	0.3575
17	0.35	0.3162
18	0.375	0.3953
19	0.25	0.3333
20	0.425	0.3545
Total	**6.00**	**5.9274**

6. نقوم باحتساب حدود السيطرة وفق المعادلتين (10) و (11)، حيث أن *A3=0.975* حسبت وفق المعادلة (12) وكالآتي :

$$C_4 = \left(\frac{2}{9}\right)^{1/2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{10}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{10-1}{2}\right)} = (0.4714)\frac{\Gamma 5}{\Gamma 4.5} = (0.4714).\frac{24}{11.62875} = 0.973$$

وبما أن:

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{1.3.5.....(2n-1)}{2^n}\sqrt{\pi}$$

لذلك فأن:

$$\Gamma\left(4+\frac{1}{2}\right) = \frac{1.3.5.7}{24}\sqrt{3.14} = 11.62875$$

$$\therefore \quad A_3 = \frac{3}{(0.973)(10)^{1/2}} = 0.975$$

$$LCL = \max\{0,[0.30-(0.975)(0.2964)]\}$$
$$= \max\{0,[0.30-0.2890]\} = \max\{0,0.011\}$$
$$LCL = 0.011$$
$$UCL = \min\{1,[0.30+(0.975)(0.2964)]\}$$
$$= \min\{1,[0.2533+0.2890]\} = \min\{1,0.589\}$$
$$UCL = 0.589$$

وبالمثل نقوم بتكرار الخطوات السابقة في احتساب حدود السيطرة لكل من طرائق التحويلات المختلفة (متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، والمعدل الضبابي). والجدول رقم (4) يبين النتائج.

جدول (4) معلمات لوحة السيطرة وفق التقريب الاحتمالي لطرائق التحويلات الأربعة

	f_{mod}	$f_{mr(0.5)}$	f_{med}	f_{avg}
CL	0.30	0.3657	0.3662	0.3667
MSD	0.2964	0.2364	0.2166	0.1973
LCL	0.011	0.1352	0.155	0.1743
UCL	0.589	0.5962	0.5774	0.5591
Width	0.578	0.461	0.4224	0.3848

ثانياً: استخدام تقريب دالة الانتماء

نقوم باستخدام هذا التقريب بطريقة التحويل المنوال الضبابي.

1. احتساب دوال الانتماء للمجموعات الفرعية الضبابية المقابلة لمتوسطات مشاهدات العينات، وفق المعادلة (15). ولاحتساب دالة الانتماء MF_j للعينة الأولى:

$$MF_1 = (5*0+3*0.25+2*0.50+0*1)/10 = 0.175$$

وهكذا تحتسب دوال الانتماء لبقية العينات الـ (20)، والجدول رقم (3) يبين النتائج.

2. يحسب المعدل العام (GMF) لـ (20) عينة كمعدل لمتوسطات العينات وفق المعادلة (16) .

$$GMF = \frac{6}{20} = 0.30$$

3. خط الوسط CL يكون مساوياً الى (GMF) والذي هو عبارة عن معدل متوسطات العينات.

$$CL = 0.30$$

4. نقوم باحتساب متوسط الانحرافات $\delta(GMF)$ للمجموعة الفرعية الضبابية باستخدام المعادلة (14)، وذلك يتطلب منا القيام بمايلي:

القيم الممثلة للمصطلحات اللغوية في حالة استخدام دوال الانتماء تعتمد على الشكل رقم (3) وباستخدام طريقة التحويل (المنوال الضبابي) فأن قيم الانتماء مبينة في الجدول (5).

جدول (5) القيم الممثلة للمصطلحات اللغوية في حالة استخدام دوال الانتماء

المصطلحات اللغوية	الانحراف نحو اليمين	المنوال	الانحراف نحو اليسار
Excellent	0.5	0	0
Good	0.75	0.25	0
Medium	1	0.50	0.25
Bad	1	1	0.50

نقوم باحتساب الانحراف نحو اليمين، المنوال، والانحراف نحو اليسار. واحتسابهم بالنسبة للعينة الأولى يكون بالشكل التالي:

الانحراف الى اليسار:

$$\left[(5*0)+(3*0)+(2*0.25)+(0*0.50)\right]/10=0.05$$

المنوال الضبابي:

$$\left[(5*0)+(3*0.25)+(2*0.50)+(0*1)\right]/10=0.175$$

الانحراف نحو اليمين:

$$\left[(5*0.5)+(3*0.75)+(2*1)+(0*1)\right]/10=0.675$$

وهكذا نقوم باحتساب (الانحراف نحو اليسار ، المنوال الضبابي ، الانحراف نحو اليمين) بالنسبة لبقية العينات الـ (20) ، والجدول رقم (6) يبين النتائج .

جدول (6) يمثل قيم الانحراف نحو اليمين، المنوال، الانحراف نحو اليسار

رقم العينة	الانحراف نحو اليسار	المنوال الضبابي	الانحراف نحو اليمين
1	0.05	0.175	0.675
2	0.125	0.30	0.75
3	0.075	0.225	0.675
4	0.175	0.4	0.8
5	0.1	0.325	0.775
6	0.05	0.175	0.675
7	0.05	0.225	0.725
8	0.125	0.375	0.775
9	0.075	0.225	0.875
10	0.125	0.35	0.85
11	0.05	0.2	0.7
12	0.15	0.375	0.775
13	0.125	0.325	0.775
14	0.05	0.175	0.675
15	0.175	0.35	0.75
16	0.15	0.4	0.8
17	0.15	0.35	0.8
18	0.175	0.375	0.775
19	0.1	0.25	0.7
20	0.175	0.425	0.825

نقوم باحتساب متوسط الانحرافات نحو اليمين، معدل الأوساط الحسابية للعينات، ومتوسط الانحرافات نحو اليسار وتكون بالشكل التالي:

متوسط الانحراف نحو اليسار	معدل الأوساط الحسابية للعينات (متوسط المنوال الضبابي)	متوسط الانحراف نحو اليمين
0.1125	0.30	0.7575

ويتم حساب متوسط الانحراف للمجموعة الضبابية (A) بايجاد مجموع (متوسط الانحراف نحو اليسار) و (متوسط الانحراف نحو اليمين) .

$$\delta(A) = \delta_L A) + \delta_r(A) \ = 0.1125 + 0.7575 = 0.87$$
$$\therefore \delta(GMF) = 0.87$$

5. المضروب k يمثل عدد الانحرافات المتوسطة من خط الوسط لمواقع حدود السيطرة وتمثل الفرق بين متوسط الانحرافات نحو اليمين ومتوسط الانحرافات نحو اليسار.

$$\therefore \quad k = 0.7575 - 0.1125 = 0.645$$

معدل عدد الانحرافات المتوسطة يمثل (عدد الانحرافات المتوسطة من خط الوسط الى الحد الأعلى للسيطرة) والذي يساوي (عدد الانحرافات المتوسطة من خط الوسط الى الحد الأدنى للسيطرة) أي :

$$0.645 \div 2 = 0.3225$$

وبذلك تكون حدود السيطرة:

$$LCL = Max\{0, (0.30 - 0.3225 * 0.87)\}$$
$$LCL = Max\{0, (0.30 - 0.2806)\} = Max\{0, (0.0194)\} = 0.0194$$
$$UCL = Min\{1, (0.30 + 0.3225 * 0.87)\}$$
$$UCL = Min\{1, (0.30 + 0.2806)\}$$
$$UCL = Min\{1, (0.5806)\} = 0.5806$$

وبالمثل نقوم بتكرار الخطوات السابقة في احتساب حدود السيطرة لكل من طرائق التحويلات (متوسط المدى الضبابي، الوسيط الضبابي، والمعدل الضبابي)، باستخدام تقريب دالة الانتماء والجدول رقم (7) يبين النتائج.

جدول (7) معلمات لوحة السيطرة وفق تقريب دالة الانتماء لطرائق التحويلات الأربعة

	f_{mod}	$f_{mr}(0.5)$	f_{med}	f_{avg}
CL	0.30	0.3657	0.3662	0.3667
k	0.3225	0.2560	0.2458	0.2334
LCL	0.0194	0.1351	0.1434	0.1558
UCL	0.5806	0.5963	0.589	0.5776
Width	0.5612	0.4612	0.4456	0.4218

الاستنتاجات والتوصيات

1. نستنتج من الجدولين (4) و (7) أن كل مجموعة من التقريب الاحتمالي ودوال الانتماء بطرائق التحويلات أظهرت لنا مجموعات مختلفة من القيم لمعلمات السيطرة، حيث الفروقات بين قيم خطوط الوسط هي أصغر من الفروقات بين حدود السيطرة .
2. في كلا التقريبين (الاحتمالي ودوال الانتماء)، المنوال الضبابي ظهر أقل قيمة لخط الوسط وأكبر قيمة الى (Width) لحدود السيطرة .
3. في كلا التقريبين (الاحتمالي ودوال الانتماء)، المعدل الضبابي ظهر أكبر قيمة لخط الوسط، و أصغر قيمة الى (Width).
4. نستنتج من الجدولين (4) و (7) إن إتجاه القيم لكل من التقريبين (الاحتمالي ودوال الانتماء)، بالنسبة لخط الوسط (CL) فأنها تتجه نحو الارتفاع، أما بالنسبة لـ (MSD) في التقريب الاحتمالي و(K) بالنسبة لتقريب دالة الانتماء، فأنها تتجه نحو الانخفاض، وبالنسبة لمعلمتي السيطرة (LCL) فأنها تتجه نحو الارتفاع و (UCL) تتجه نحو الانخفاض، عدا قيمة (UCL) للمنوال في كلا التقريبين فأنها تشذ عن ذلك. أما بالنسبة لقيمة (Width) فأنها تتجه نحو الانخفاض في كلا التقريبين (الاحتمالي ودوال الانتماء).
5. حدود السيطرة المعطاة في تقريب دالة الانتماء أفضل من حدود السيطرة للتقريب الاحتمالي بسبب حدود السيطرة في التقريب الاحتمالي مشتقة اعتماداً على التفسير الاحتمالي.
6. عندما تكون السيطرة على النوعية بواسطة المتغيرات غير مناسبة، فأن البيانات اللغوية تزودنا بمعلومات أكثر من التصنيف الثنائي المستخدم في مخططات السيطرة للصفات.
7. تمثيل المتغيرات اللغوية كمجموعات فرعية ضبابية تستطيع أن تعالج بقواعد الحساب الضبابي الاحتفاظ بالغموض واللبس المتأصل باللغات الطبيعية، وتحسن القدرة أو الامكانية لفحوصات التوكيد النوعي .
8. في هذا البحث هناك توسيع لإستخدام لوحات السيطرة للسماح للمتغيرات اللغوية باستخدام تقريبي (الاحتمالية ودوال الانتماء) لتحديد خط الوسط وحدود السيطرة.
9. طرائق التحويلات المستخدمة للحصول على القيم الممثلة ودرجات الضبابية داخل سياق دوال الانتماء المثلثية أنها لاتؤثر على إنجاز بقية أنواع لوحات السيطرة.
10. الحسابات المتضمنة في تكوين لوحات السيطرة للبيانات اللغوية يمكن أن تنجز بشكل اعتيادي بالحساب الضبابي ولا توجد تعقيدات.
11. تحديد المضروب k المستخدم في تعيين موقع حدود السيطرة في لوحة سيطرة دالة الانتماء يتطلب وقت أطول.

المصادر

[1] CIVANLAR, M. R., and TRUSSELL., H. J., 1986, "Constructing membership function using statistical data ", Fuzzy Sets and Systems, 18, 1-14 .

[2] WANG, J. H., and RAZ, T., 1990, "On the construction of control charts using linguistic variables", International Journal of Production Research, 28, 477-488.

[3] ZADEH, L. A., 1965, "Fuzzy Sets", Information and Control, 8,338-353.

[4] ZADEH, L. A., 1975a, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I", Information Science, 8, 199-249.

[5] ZADEH, L. A., 1975b, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-II", Information Science", 8, 301-357.

[6] ZADEH, L. A., 1975c, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-III", Information Science, 8, 199-249.

[7] ZADEH, L. A., 1978, "Fuzzy Sets as a basis for a theory of possibility", Fuzzy Sets and Systems, 1, 3-28 .

Construction of Control Charts Using Probabilistic and Membership Approaches for Linguistic Data

Assist. Prof. Aida Hadi Saleh

aidastat@yahoo.com

Al-Mustansiriya University - College of Administration and Economics

Abstract: *Actually the production is classify to excellent, good, medium, and bad, that the percentage of defective in production have a fuzziness character (vagueness) , and to deal with the case of un certainty resulted from vagueness, we construct a fuzzy control charts by using probabilistic and membership approaches based on transformation methods (fuzzy mode, fuzzy midrange, fuzzy median , fuzzy average) . we present two approaches (probabilistic and membership) for constructing control charts for quality assurance when the observations are in the form of linguistic data . Both approaches based on fuzzy set theory and use fuzzy subset to model the linguistic terms used to describe product quality. They differ in the interpretation of the control limits and in the procedure used to reduce the fuzzy subsets to scalars for determining the chart parameters .*

Keywords: Fuzzy Control.