توظيف عمليات قرار ماركوف في معالجة مشكلات أنظمة الطوابير

م.م. عمار شهاب أحمد
ammar76_alany@yahoo.com
جامعة بغداد – كلية طب الأسنان

المستخلص:

يهدف البحث إلى استخدام العمليات التصادفية عامة وسلاسل ماركوف خاصة في معالجة مشكلات أنظمة الأنتظار ومساعدة الإدارة في اتخاذ القرار الامثل، بحيث تكون انعكاساته لفترات زمنية لاحقة. وتم التطبيق في احد المجمعات الطبية التخصصية لدائرة صحة بغداد الكرخ.

الكلمات الرئيسية: أنظمة الانتظار، سلاسل ماركوف، العمليات التصادفية، حالة الاستقرار، حالة الاتزان.

1. المقدمة :

تمتلك العمليات التصادفية بصورة عامة وسلاسل ماركوف بصورة خاصة تطبيقات في العديد من المجالات ، لأنها تتعامل مع الزمن. وهناك تطبيقات عديدة لسلاسل ماركوف منها في أنظمة الأنتظار أو نظرية الطوابير، سلوك المستهلك ، المجالات الاقتصادية والخدمية وغيرها. ويلعب التوزيع دوراً أساسياً في نظرية الطوابير لتمثيل توزيع الوصول ووقت الخدمة ، وان هذه الفرضية تمكننا من نمذجة أنظمة الأنتظار كوقت مستمر لسلسلة ماركوف. وعلى هذا الأساس فإن هذه الفرضية بِنِيتْ فكرة البحث. أن الغرض من البحث هو اعتماد عمليات قرار ماركوف في معالجة مشكلات أنظمة الأنتظار والإفادة من خاصية حالة الإتزان لمصفوفة سلسلة ماركوف ، في اتخاذ قرار أمثل يبحث عن مدى الفائدة المتوقعة من توسيع صالة الأنتظار في احد المجمعات الطبية التخصصية لدائرة صحة بغداد الكرخ، بحيث تكون انعكاساته لفترات

زمنية لاحقة. علماً أن هذه الخاصية غير متوفرة في نماذج نظرية الطوابير. وينقسم البحث إلى قسمين هما:

القسم الأول: يتضمن عرض الجانب النظري لسلاسل ماركوف ومفهوم نظرية الطوابير.

القسم الثاني: يتضمن الجانب التطبيقي الذي يبحث في مساعدة صانع القرار في المجمع الطبي في إتخاذ قرار أمثل عن الجدوى في استحداث صالة أنتظار جديدة في المجمع.

2. الجانب النظري: سلاسل ماركوف

2.1 المقدمة [1]:

هنالك العديد من العمليات التصادفية التي تجابهنا في الحياة اليومية من بينها العمليات المسماة بعمليات ماركوف التي لها مكانها في التطبيقات الكمية او الإحصائية. وقد سميت بهذا الاسم نسبة إلى العالم الروسي ماركوف، اذ كان من الأوائل الذين اهتموا بموضوعة السلاسل.

ان تطبيق استخدام سلاسل ماركوف يكون في كثير من ظواهر الحياة العملية مثل ظاهرة الانتشار او التحكم بالانتاج وغيرها.

2.2 تعريف سلاسل ماركوف:

عبارة عن سلسلة من الحالات التي تمر بها ظاهرة ما خلال مدة زمنية معنية. ورياضياً تعّرف كالاتي :

تسمى العملية التصادفية $\{X_n : n \in N\}$ بسلسلة ماركوف إذا تحقق الشرط الاتي :

$$P\{X_{n+1}=J | X_0,X_1,\ldots,X_n\}=P\{X_{n+1}=J | X_n=I\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

ولجميع قيم $n \in N$ ، $J \in I$

تعرف المعادلة (1) عادةً بأسم خاصية ماركوف، الذي بين بان سلسلة ماركوف ما هي الا سلسلة من المتغيرات العشوائية بحيث ان لكل $n \in N$ فإن الحالة المستقبلية X_{n+1} تكون مستقلة عن الحالات السابقة $X_0,X_1,\ldots,X_{n-1}$ ، بشرط ان تكون الحالة الحالية معلومة.

2.3 الاحتمالات الانتقالية[2]:

بنُيت سلسلة ماركوف على أساس أن الظاهرة او الجسيم ينتقل من حالة إلى أخرى إستناداً إلى قوانين معينة تدعى الإحتمالات الإنتقالية ، وهي عبارة عن إحتمال الإنتقال من حالة إلى أخرى خلال مدة زمنية معينة.

أن الإحتمالات الإنتقالية لجميع قيم $i,j \in I$ ، التي لا تعتمد على الزمن تأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$P\{X_{n+1}=j| X_n=i\}=P_{(i,j)} \qquad \text{.............................(2)}$$

إذا كانت سلسلة ماركوف تحقق العلاقة (2) أعلاه فإنها تكون متجانسة زمنياً أو مستقرة.

2.4 مصفوفة ماركوف الانتقالية[3]:

تتكون المصفوفة الإنتقالية او ماركوف من مصفوفة مربعة تتضمن الاحتمالات الانتقالية P(i,j).وتتميز بالاتي:

- كل عنصر من عناصرها يكون بين الصفر والواحد وقد يساوي صفر وقد يساوي واحد أي $0 \le p_{ij} \le 1$.
- مجموع عناصر كل صف يساوي واحد صحيح $\sum_j P_{ij} = 1$.

وبشكل عام تكون مصفوفة ماركوف كالاتي :

$$P=\begin{pmatrix} P(1,1) & P(1,2) & ..... & P(1,n) \\ P(2,1) & P(2,2) & ..... & P(2,n) \\ ..... & ..... & ..... & ..... \\ P(m,1) & P(m,2) & ..... & P(m,n) \end{pmatrix}$$

ولحساب قيمة إحتمال إنتقال ظاهرة من الحالة i إلى الحالة j بعدد من الخطوات أو الوحدات الزمنية مقدارها m استناداً على الصيغة الأتية:

$$P^m_{(I,j)}=P\{X_{n+m}=j| X_n=i\} \qquad \text{.................................(3)}$$

وتسمى هذه الإحتمالات الإنتقالية خلال m من الخطوات. والصيغة الأتية تمثل الصورة العامة لحساب قيمة P(i,j) بأيجاد القوة m للمصفوفة P :

$$P^{n+m}_{(i,j)} = \sum_{K \in I} P^{n}_{(i,K)}\, P^{m}_{(K,j)} \qquad \text{.................................(4)}$$

المعادلة (4) تعرف بمعادلة جابمان- كولموكروف

(Chapman- Kolmogorove Equation)

2.5 تصنيف حالات وسلاسل ماركوف:

- **حالة إمكانية الوصول:** عبارة عن علاقة ثنائية بين حالات سلسلة ماركوف تحقق إذا كان هنالك عدد صحيح $(n\ge 0)$ بحيث ان $P_n(i,j)>0$ ويرمز لهذه الحالة $i \rightarrow j$.
- **حالة المبادلة:** في حالة وجود حالتين مثل i,j تسمى i تبادل j وتكتب $i \leftrightarrow j$ إذا وفقط إذا $i \rightarrow j$ و $j \rightarrow i$.

- **حالات العودة والزوال:** لتكن الحالة j وان T_1 يمثل وقت الزيارة الأولى للحالة j وبذلك فإن الحالة j تسمى حالة العودة إذا كان $f(j,j)=1$ أما إذا كان $f(j,j)<1$ فإن الحالة j تسمى حالة زوال "Transient State".
- **حالة الدورية:** تسمى حالة العودة j دورية إذا كانت δ تمثل القاسم المشترك الأعظم لمجموعة قيم الأعداد الصحيحة $n\geq1$ التي تحقق $P^n(i,j)>0$.
- **المجموعة المغلقة:** إذا كانت مجموعة B من الحالات، فتسمى مجموعة مغلقة إذا كان $P^n(i,j)= 0$ لجميع قيم $n\geq0$ ولجميع $i\in B$ و j/B .
- **مجموعة مغلقة عديمة الاختزال:** تسمى مجموعة B عديمة الاختزال إذا لم تتضمن على مجموعة جزئية مغلقة او بتعبير اخر إذا كانت جميع الحالات متبادلة مع بعضها.
- **حالة الامتصاص "الاشباع":** تمثل حالة الامتصاص حالة مغلقة على نفسها ، وتسمى j حالة امتصاص إذا وفقط إذا $P(i,j)=1$.

2.6 حالة الاستقرار وشروط الإتزان[4] :

تظهر حالة الاستقرار Steady State عندما تستمر العملية العشوائية لزمن طويل حيث تستمر نسبة عدد الزيارات لكل حالة عند قيمة معينة تدعى بالاحتمال المستقر لتلك الحالة أي عندما تقترب $P_{i,j}^n$ من ما لانهائية ∞ .

هنالك عدة دراسات حول هذا الموضوع، كلها تتفق على انه إذا كانت سلسلة ماركوف عديمة الاختزال ، فإن التوزيع المستقر لعملية ماركوف يحقق منظومة المعادلات الخطية الأتية:

$$\pi=\pi P\ ,\ \sum_{j\in I}\pi_j=1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

أن حالة الاتزان Equilibrium Condition تحدث عندما تبقى الإحتمالات ثابتة، ورياضياً تمثل حاصل ضرب مصفوفة الإحتمالات الإنتقالية في الموجه π الذي يمثل الإحتمالات. والصيغة الرياضية لها مشابه للمعادلة (5)، وبحل المعادلات المتكونة من المعادلة (5) أنياً نحصل على حالة الإتزان.

2.7 نظرية الطوابير[5]:

تعد نظرية الطوابير من أنظمة الأنتظار المتعارف عليها التي تصادفنا خلال الحياة اليومية، التي تحدد بشكل بسيط امور التجارة والصناعة والخدمات. يمثل الوضع النموذجي لنظرية الطوابير بواحد او أكثر من سيول الاشياء التي تصل إلى مجموعة معينة من النقاط حيث تتم معالجتها او خدمتها بأقل كلفة ودون ان تتسبب في ازدحام غير ضروري.

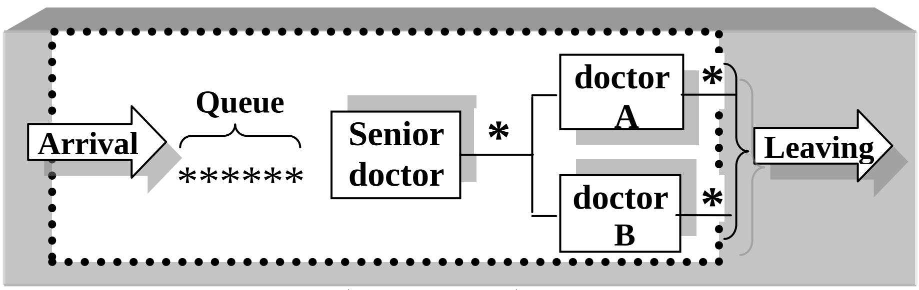
- ***تعريف نظرية الطوابير:*** نظام الطابور هو مجموعة العملاء ومجموعة مقدمي خدمة ونظام لوصول العملاء وتقديم الخدمة لهم. ويمثل نظام الطوابيرعملية ولادة وموت بمجتمع يتكون من عملاء سواء منتظري الخدمة ام الحاصلين عليها فعلاً.

- **خصائص الطابور:** يتميز نظام الطوابير بخمسة مكونات هي: نمط الوصول ، نمط الخدمة ، عدد مراكز الخدمة ، طاقة مكان الخدمة ، والترتيب الذي يخُدم به العملاء.
- **أنماط الوصول:** تحدد أنماط الوصول للعملاء عادةً بالفترة الزمنية مابين وصول وأخر وهو الزمن المستغرق بين وصول عميلين متتاليين لمكان الخدمة. وقد يكون ثابتاً او متغيراً عشوائيا بتوزيع احتمالي.
- **أنماط الخدمة:** يحدد نمط الخدمة بزمن ، وهو الزمن اللازم لأحد مقدمي الخدمة لأحد العملاء.قد يكون ثابتاً او متغيراً عشوائياً ذا توزيع احتمالي معروف.
- **طاقة النظام:** طاقة النظام هي اكبر عدد من العملاء ، سواءاً أكانوا في مرحلة الخدمة أم الأنتظار، والمسموح لهم التواجد بمكان الخدمة في نفس الوقت.عندما يصل احد العملاء إلى مكان خدمة ممتلئ ، فلا يدخل هذا العميل إلى نظام الخدمة ولا يسمح له بالأنتظار خارج مكان الخدمة ويضطر إلى مغادرة المكان بدون تلقي الخدمة.
- **نظم الطوابير:** نظم الطوابير هي ترتيب الذي يخدم به العملاء. وقد تكون على أساس من يحضر أولاً يخدم أولاً ، وقد تكون على أساس من يحضر أخيراً يخدم أولاً، وقد تكون على أساس عشوائي او على أساس أسبقيات.
- **مقياس الأداء:** تكمن الفائدة من استخدام نظرية الطوابير في ان التنبؤات الكمية بخصوص الوجوه المهمة في الأوضاع الافتراضية للانتظار تستخرج بدون التأثير على المنظومة الحالية او بدون بناء منظومة حقيقية جديدة. ان الخصائص المهمة ذو الطبيعة الإحصائية التي تمثل مقياس الأداء هي: وقت الخدمة، طول الطابور، المنفعة لمؤدي الخدمة، وقت الاصطفاف، والفترات المشغولة.

3. الجانب التطبيقي

3.1 تعريف المشكلة:

يضم المجمع الطبي التخصصي للأسنان التابع إلى دائرة صحة بغداد الكرخ، ثلاثة أطباء أسنان متخصصين في مجال الأسنان فضلا عن مختبر أسنان وصيدلية وعدد معين من الممرضين والإداريين والخدميين. يتم فحص المرضى القادمين إلى المجمع الطبي من قبل طبيب متمرس"Senior" لتشخيص حالة المريض، وبعد ذلك يتم العلاج بواسطة طبيبين متخصصين "A,B". وتتم أحالة المريض إلى احد الطبيبين من قبل الطبيب المتمرس وحسب درجة مشغوليتهم. والمخطط الاتي يبين قنوات العلاج "الخدمة" وصف الانتظار في المجمع الطبي:



مخطط (1) يمثل منظومة العمل "الخدمة" في المجمع الطبي

تروم إدارة المجمع الطبي اتخاذ قرار أمثل يبحث عن الجدوى من استحداث صالة انتظار جديدة للمرضى، علماً ان في المجمع مساحة ارض جانبية صغيرة تصلح ان تكون صالة انتظار جديدة. وبعد دراسة المشكلة ميدانياً وجمع البيانات خلال زيارة المجمع الطبي عدة مرات، تم الحصول على البيانات الأتية:

معدل الوقت الذي يستغرقه الطبيب المتمرس في فحص كل مريض يبلغ 11 دقيقة والطاقة الاستيعابية للمجمع 9 مرضى أي ((3) في مركز الخدمة و(6) في صالة الانتظار)، وعند وصول مرضى إلى المجمع وصالة الأنتظار تكون مكتملة يغادرون دون أداء الخدمة "العلاج" لهم، علما ان المرضى الواصلين في هذه الحالة يرغبون بالعلاج وذلك لان الخدمة في المجمع جيدة وألا سعار مناسبة. ويتبع عدد المرضى الواصلين إلى المجمع خلال مدة زمنية محددة، التوزيع الاحتمالي[1] الاتي:

[1] تم اختبار التوزيع وتبين انه لا يتبع أي من التوزيعات المعرفة بواسطة البرنامج Statistica .

جدول (1) يبين توزيع الاحتمالي[1] عدد الواصلين إلى المجمع الطبي

Number of Arrivals	0	1	2	3	4	5	6	7& above
Probability	0.07	0.73	0.08	0.06	0.03	0.02	0.01	0

3.2 نمذجة المشكلة:

يتبين من المشكلة قيد البحث أن هذه الظاهرة العشوائية تمثل سلسلة ماركوف لأنها تعتمد على الزمن، ويتبين أيضاً ان أنموذج منظومة الأنتظار هو G/M/S ويبلغ عدد مؤدي الخدمة "S" ثلاثة وبمرحلتين. لذلك يمكن نمذجة المصفوفة الاحتمالية الانتقالية بالشكل الاتي:

- الرموز المستخدمة في النمذجة:

سيتم عرض تعريف الرموز المستخدمة في عملية نمذجة المصفوفة الاحتمالية الإنتقالية:

i. X_n تمثل عدد المرضى الواصلين أثناء الفحص n^{th}. ويتوزع كما في الجدول (1).

ii. Q_n تمثل عدد المرضى حلما ينتهي الفحصn^{th}. وقيم Q_n ممكن ان تكون كالاتي: $Q_n=\{0,1,2,3,4,5,6\}$.

- صياغة المصفوفة الاحتمالية الانتقالية[6] :

نفرض ان $Q_n=0$. يبدأ الفحص فقط بعد الوصول وأثنائه X_{n+1} والمراجعين يصلون. لذلك يكون عدد المغادرين في نهاية الفحص سيكون $Min(6,X_{n+1})$.

نفرض ان $Q_n>0$. يبدأ الفحص حالاً، وعدد المغادرين بعد هذا الفحص هو $Min(6,Q_{n-1},X_{n+1})$. وأجمالاً يمكن صياغة المصفوفة الإنتقالية بالشكل الاتي:

$$Q_{n+1}=\begin{cases} Min(6,X_{n+1}) & \text{if } Q_n=0 \\ Min(6,Q_{n-1},X_{n+1}) & \text{if } Q_n>0 \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

[1] أن التوزيع الاحتمالي أعلاه قد تم حسابه من قبل الباحث حيث تم حساب كل وصول خلال فترة زمنية معينة ومن ثم حساب وصول مريض (1) خلال تلك الفترة وحساب وصول(2) مريض ... حساب وصول (6) مريض خلال تلك الفترة ((أما المريض رقم (7) فأنه يغادر دون تأدية الخدمة له لكون إن صف الانتظار لا يتسع إلا لــ (6) مرضى وكما أسلفنا سابقاً)) ومن ثم جمع وصول مريض (1) خلال تلك الفترات وتقسيمه على المجموع الكلي للواصلين ... وهكذا بالنسبة إلى باقي الواصلين .

تبين العلاقة (6) ان Q_{n+1} تعتمد فقط على Q_n و X_n وليس على أي لـ Q_r حيث $r<n$. ولـذلك $\{Q_n, n=0,1,2,3,\ldots\}$ تمثـل سلسـلة مـاركوف للمصـفوفة الاحتماليـة الإنتقالية التي يحصل عليها كالاتي:

If $Q_n=0$ then $P(Q_{n+1}=j)=P(X_{n+1}=j)$ $\quad j=0,1,2,3,4,5,6$
Giving: $P_{00} = 0.07$, $P_{01} = 0.73$, $P_{02} = 0.08$, $P_{03} = 0.06$, $P_{04} = 0.03$ $P_{05} = 0.02$, $P_{06} = 0.01$.

If $Q_n= i > 0$,
$i=1$ then $P(Q_{n+1}=j)=P\{\min(6,X_{n+1})=j\}= P(X_{n+1}=j)$
Giving : $P_{10} = 0.07$, $P_{11} = 0.73$, $P_{12} = 0.08$, $P_{13} = 0.06$, $P_{14} = 0.03$, $P_{15} = 0.02$, $P_{16} = 0.01$.

$i=2$ then $P(Q_{n+1}=j)=P\{\min(6,X_{n+1}+1)=j\}$
Giving: $P_{20} = 0$, $P_{21} = 0.07$, $P_{22} = 0.73$, $P_{23} = 0.08$, $P_{24} = 0.06$, $P_{25}= 0.03$, $P_{26} = 0.02 + 0.01$.

$i=3$ then $P(Q_{n+1}=j)=P\{\min(6,X_{n+1}+2)=j\}$
Giving: $P_{30}=0$, $P_{31}=0$, $P_{32} = 0.07$, $P_{33} = 0.73$, $P_{34} = 0.08$, $P_{35} = 0.6$, $P_{36} = 0.03 + 0.02 + 0.01$.

$i=4$ then $P(Q_{n+1}=j)=P\{\min(6,Xn_{+1}+3)=j\}$
Giving: $P_{40} = 0$, $P_{41} = 0$, $P_{42} = 0$, $P_{43} = 0.07$, $P_{44} = 0.73$, $P_{45} = 0.08$, $P_{46} = 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.01$.

$i=5$ then $P(Q_{n+1}=j)=P\{\min(6,X_{n+1}+4)=j\}$
Giving: $P_{50} = 0$, $P_{51} = 0$, $P_{52} = 0$, $P_{53} = 0$, $P_{54} = 0.07$, $P_{55} = 0.73$, $P_{56}= 0.08 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.01$.

$i=6$ then $P(Q_{n+1}=j)=P\{\min(6,X_{n+1}+5)=j\}$
Giving: $P_{60} = 0$, $P_{61} = 0$, $P_{62} = 0$, $P_{63} = 0$, $P_{64} = 0$, $P_{65} = 0.07$, $P_{66} = 0.73 + 0.08 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.01$.

وأجمـالاً فـإن المصـفوفة الاحتماليـة الإنتقاليـة للمشـكلة قيد البحـث تكـون بالشـكل الاتـي:

$$P=\begin{pmatrix} 0.07 & 0.73 & 0.08 & 0.06 & 0.03 & 0.02 & 0.01 \\ 0.07 & 0.73 & 0.08 & 0.06 & 0.03 & 0.02 & 0.01 \\ 0 & 0.07 & 0.73 & 0.08 & 0.06 & 0.03 & 0.03 \\ 0 & 0 & 0.07 & 0.73 & 0.08 & 0.06 & 0.06 \\ 0 & 0 & 0 & 0.07 & 0.73 & 0.08 & 0.12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.07 & 0.73 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.07 & 0.93 \end{pmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

3.3 حل وتحليل النتائج [7]:

لتحديد او الحصول على حالة الإتزان للمشكلة قيد البحث اعتماداً على مصفوفة الإحتمالات الإنتقالية وباستخدام المعادلة (5) ، تم الحصول على منظومة المعادلات الخطية الأتية:

$\pi_0=0.07\pi_0+0.07\pi_1$ ………(8)

$\pi_1=0.73\pi_0+0.73\pi_1+0.07\pi_2$ ………(9)

$\pi_2=0.08\pi_0+0.08\pi_1+0.73\pi_2+0.07\pi_3$ ……. (10)

$\pi_3=0.06\pi_0+0.06\pi_1+0.08\pi_2+0.73\pi_3+0.07\pi_4$ …….(11)

$\pi_4=0.03\pi_0+0.03\pi_1+0.06\pi_2+0.08\pi_3+0.73\pi_4+0.07\pi_5$ …….(12)

$\pi_5=0.02\pi_0+0.02\pi_1+0.03\pi_2+0.06\pi_3+0.08\pi_4+0.73\pi_5+0.07\pi_6$ …..(13)

$\pi_6=0.01\pi_0+0.01\pi_1+0.03\pi_2+0.06\pi_3+0.12\pi_4+0.2\pi_5+0.93\pi_6$ ….. (14)

$\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_3+\pi_4+\pi_5+\pi_6=1$ ….(15)

من خلال حل منظومة المعادلات أعلاه أنياً ، تم الحصول على النتائج الأتية:

جدول (2) يبين نتائج الحل

Probability	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
Value	**0.0001**	**0.019**	**0.005**	**0.017**	**0.06**	**0.206**	**0.71**

وقد تم التوصل إلى نفس النتائج في الجدول (2) من خلال استعمال برامجيات الحاسوب QSB و TORO "من خلال اختيار الأمر Steady State من القائمة Solve" لإيجاد حالة الأستقرار او الإتزان. ويتبين من تحليل نتائج حالة الاتزان الاتي:

- احتمال وصول ولا مريض عندما تكون صالة الأنتظار في المجمع مكتملة يبلغ0.0001

- أحتمـال وصـول 5 مرضـى عنـدما تكـون صـالة الأنتظـار فـي المجمـع مكتملـة يبلـغ 0.21.
- أحتمـال وصـول 6 مرضـى عنـدما تكـون صـالة الأنتظـار فـي المجمـع مكتملـة يبلـغ 0.71.

4. الاستنتاجات Conclusions

أن أهم الاستنتاجات التي تم التوصل أليها من خلال هذا البحث هي كالأتي:

- يتضح من خلال تحليل نتائج حالة الإتزان ان القرار الامثل للإدارة العليا في المجمع الطبي هو استحداث صالة انتظار جديدة في المجمع وبسعة لاتقل عن (6) مقاعد وذلك لان قيمة احتمال وصول ستة مرضى إلى المجمع عندما تكون صالة الأنتظار مكتملة بلغت 0.71، وهذه النسبة حاسمة ويعّول عليها لأنها اكبر من 0.5 وقريبة من الأعداد 1.
- اعتماد سلاسل ماركوف في معالجة مشكلات أنظمة الطوابير لأن عمليات ماركوف توفر أداة قوية لتحسين أداء العمليات التصادفية التي يمكن نمذجتها كوقت متقطع او مستمر لسلسلة ماركوف، والإفادة من خاصية حالة الإتزان او الأستقرار لوضع الاستراتيجيات المستقبلية المناسبة والتنبؤ المستقبلي حيث لا تتوفر هذه خاصية في نماذج الطوابير. وبسبب عدم توافر هذه الخاصية في تلك النماذج، لم يتمكن الباحث من المقارنة بين نماذج نظرية الطوابير وسلاسل ماركوف.
- الإفـادة مـن البرامجيـات الجـاهزة QSB و TORO فـي حـل مصـفوفة الإحتمـالات الإنتقاليـة لسلسـلة مـاركوف "اسـتخراج حالـة الأسـتقرار أو الإتـزان" ، لأنهـا ذات دقـة وكفاية وسرعة فضلاً عن سهولة الاستعمال.

المصادر :

1. العذاري ، فارس مسلم (1991)، "العمليات التصادفية"، مطبعة جامعة الموصل.
2. المعزاوي، علي عبد السلام (1977)، "بحوث عمليات"، دار العلوم الحديثة، مصر.
3. Bhat, VN.,(1972) , "Element of applied stochastic processes", John Wiley and Sons ,Inc., New York.

4. Cinlar, E., (1975),"Introduction to Stochastic Process Prentice–Hall" , Inc., Englewood Cliffs ,New Jersey.
5. Hillier, F.S& Lieberman G.J (2001)," Operations Research an Introduction", S.CO. Ldt.
6. Isaacson, M, (1976), "Markov Chains : Theory and Application", John Willey & Sons, New York.
7. Wayne L. Winston, (1987), "Operations Research: Applications and " Boston, USA.

Markov Decision Processes Employ in Addressing the Problems of Queuing Systems

Ammar Sh. Ahmed

ammar76_alany@yahoo.com
Baghdad University – College of Dentistry

Abstract: *The purpose of this paper is to discuss using Markov Chains to solving problems of queuing System. And help of management for optimality decision making.*

Keywords: Queuing systems, Markov chains, Stochastic process, Steady state, Equilibrium conditions