ISSN (1681- 6870)

مقارنة طريقة التفريع والتحديد مع طريقة المنطقة الحصينة لحل البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية (تطبيق عملي)•

هبـــة فاضل حربي
hebaaalharbee@yahoo.com
الجامعة المستنصرية

أ.د. حامد سعد الشمرتي
hamed-Al-shemarty@@yahoo.com
جامعـــــــــة الـــبيـــان

المستخلص

ان مشكلة البرمجة ثنائيـــة المستوى هي مشكلة تقليل (Min) او تعظيم (Max) لدالـــة الهدف بوجود دالة هدف اخرى داخل القيود. وقد حظيت هذه المشكلة باهتمام كبير جداً في مجتمع البرمجة بسبب انتشار التطبيقات واستخدام الخوارزميات التطورية في معالجة هكذا نوع من المشـــاكل. وفي هذا البــــحث يــتم استخدام طريقتــين من طرائق حل البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية Non-linear Bi-level Programming هما: خوارزمية التحديد والتفريع Branch and Bound Algorithm وطريـــقة المنطـــقـــة الحـصينـــة (Trust Region Method) والمقارنة بينهما من حيث قيمة دالة الهدف للوصول الى الحل الامثل من خلال اسلوب المحاكاة باستخدام طريقة مونت كارلو (Monte Carlo) باستخدام حجوم عينات مختلفة صغيرة وكبيرة وتطبيقها على مشاكل تحديد الكميات المثلى من الادوية والمستلزمات الطبية لشركة (كيماديا) وتم التوصل الى افضلية خوارزمية التحديد والتفريع في حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية لان نتائجها كانت افضل من حيث تقليل الكلفة.

الكلمات المفتاحية: البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية، طريقة المنطقة الحصينة، خوارزمية التحديد والتفريع.

Comparison Branch and Bound Algorithm with Trust Region Method for Solving Non-linear Bi-level Programming with Application

Hebaa Fadheel Al –Sudanei
hebaaalharbee@yahoo.com
Al-Mustansiryah University

Prof. Hamed Saad Noor AL-Shamraty
hamed-Al-shemarty@@yahoo.com
Al-Bayan University

Received 8/1/2020
Accepted 20/1/2020

Abstract: *The problem of Bi -level programming is to reduce or maximize the function of the target by having another target function within the constraints. This problem has received a great deal of attention in the programming community due to the proliferation of applications and the use of evolutionary algorithms in addressing this kind of problems. Two non-linear bi-level programming methods are used in this paper. The goal is to achieve the optimal solution through the simulation method using Monte Carlo method using different small and large sample sizes. We concluded that Branch Bound algorithm was preferred in solving the problem of non-linear two-level programming this is because the results were better.*

Keywords: Non-linear Bi-level programming, Trust Region Method, Branch and Bound

• بحث مستل من اطروحة دكتوراه

ISSN (1681- 6870)

1. تمهيد

1.1. المقدمة Introduction

ان مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية هي مشكلة امثلية محددة ومقيدة بمنهجين غير معروفين هما (x y) وهي من المشاكل الصعبة والمعقدة ويتم حلها باستخدام الخوارزميات بدلاً من حلها بصورة مباشرة وهذه المشكلة يمكن استبدال حلول القيود للمشكلة ثنائية المستوى الى مجموعة من الشروط والتي يجب ان تحقق هذه الشروط اقل نقطة للمشكلة الداخلية.

1.2. مشكلة البحث The Problem of the Research

تتمثل مشكلة البحث بإيجاد الكميات المثلى للأدوية والمستلزمات الطبية في الشركة العامة لتسويق الادوية والمستلزمات الطبية ضمن الميزانية المخصصة لشركة (المتمثلة الصرف الرشيد للميزانية) للأدوية وللمستلزمات الطبية وتلبية حاجات المرضى لبعض الادوية والمستلزمات المطلوبة ليتمكن صانع القرار من أتخاذ القرار الأفضل.

1.3. هدف البحث The Purpose of the Research

يهدف هذا البحث في جانبه النظري الى المقارنة بين خوارزمية التحديد والتفريع مع طريقة المنطقة الحصينة لحل البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية وذلك لتقدير الحاجة السنوية لكميات لبعض الادوية والمستلزمات الطبية بشكل دقيق وصحيح بالاعتماد على البيانات والمعلومات عن كمية الاستعمال الفعلي للأدوية والمستلزمات الطبية في كل من المستشفيات والمؤسسات الصحية خلال مدة معينة .

2. الجانب النظري

2.1. البرمجة ثنائية المستوى [1] [4] [2] [3] [6 [5]

تعرف برمجة Bi_ level بأنها برنامج رياضي حيث تشمل مشكلة الامثلية على مشكلة امثلية اخرى بصورة قيد وهنا يمكن وصفها بشكل ادق بأنها لعبة غير متكافئة من شخصين يكون اللعب بها متسلسلاً ولا يسمح بالتعاون . وحضيت هذه المشكلة باهتمام كبير جداً في مجتمع البرمجة الرياضية بسبب انتشار التطبيقات واستخدام الخوارزميات التطورية في معالجة هذه المشاكل، وتعرف البرمجة ثنائية المستوى كالاتي :

$$(U\,P)\quad \begin{array}{l} \min\limits_{S.t} \; F(x\ y) \end{array}$$

$$(L\,P)\quad \begin{array}{l} \min\limits_{S.t} \; f(x\ \ y) \\ g\,(x\,y)\ \ \le 0 \\ \quad S.t \\ x\ \ y\ \ \ge 0 \end{array}$$

$F:\ R^{n\times m} \to R^1 \quad f:\ R^{n\times m} \to R^1$

$g:\ R^{n\times m} \to R^q \quad X \in R^n \quad y \in R^m$

حيث F و f هي دوال الهدف المستقل والتابع على التوالي والمنطقة الممكنة للحل :

$$S = \{(x\,y)\ |g\,(x\,y)\ \le 0 \quad x\,y\ \ge 0\}$$

الافتراضات الاساسية لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى[5] [2]

1. منطقة القيود لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى هي:

$$S = \{(x\,y)\ \in x\ y\,;|G\,(x\,y)\ \le 0 \quad g(\,x\,y)\ \le 0\}$$

ISSN (1681- 6870)

.2 S هي قرار المستقل وتكون كالاتي :

$S(\mathrm{x}) = \{\mathrm{x} \in x \ \exists \ y \ \in \ \mathrm{y} \quad \text{such that } (\ x\ y) \ \in \mathrm{S}\}$

.3 الحلول الممكنة للمستوى الادنى هي:

$S(\mathrm{x}) = \{ \ y \ \in \ \mathrm{y} \ ; \ g(\ x\ y) \ \leq 0\}$

.4 رد فعل المستوى الادنى لكل ثابت يكون كالاتي :

$\mathrm{P}(\mathrm{x}) = \{ \ y \ \in : \mathrm{y} \ \text{argmin} \ f(\ x\ y) \ ; y \in \mathrm{S}(\mathrm{x})\}$

.5 منطقة الحلول (The inducible region) لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى هي :

$\mathrm{IR} = \{(\ x\ y) \ \in \mathrm{x} \ \mathrm{y} \ ; \ (x\ y) \ \in \mathrm{S} \quad y \in \ \mathrm{P}(\mathrm{x})\}$

ومن خلال هذه الافتراضات فان مشكلة البرمجة ثنائية المستوى تحسن أي تعظم دالة الهدف للمستوى الاعلى F (x y) من خلال منطقة الحلول (The inducible region) .

.2.2 طريقة المنطقة الحصينة Trust Region Method[13] [6] [1] [12]

ان طريقة المنطقة الحصينة هي طريقة محاولات (iterative method) تعتمد على تقريب المشكلة الاصلية وبصورة عامة فان خوارزمية منطقة الثقة الخاصة لحل مشاكل البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية في غياب قيود المستوى العلوي المشترك، أي ان القيود غير المرتبطة بالمستوى الأدنى والتي تتضمن متغيرات القرار العليا والدنيا. إذ ان طريقة منطقة الثقة هي طريقة تكرارية تكون فكرتها الأساسية بديهية وبسيطة: في كل تكرار، يتم بناء نموذج للمشكلة المدروسة حول الحل الحالي ومن ثم يتم تقليل هذا الأنموذج ضمن منطقة محددة بحيث يكون التقريب هو تمثيل دقيق بما فيه الكفاية للمشكلة الأصلية ؛و هذا يعطي نقطة جديدة والخطوة التي بعدها تتمثل في التحقق (هل أن هذه النقطة تعطي تحسينًا كافيًا للحقيقة؟) فإذا كانت كذلك فيكون الأنموذج جيدًا وقد يتم توسيع منطقة الثقة بينما إذا لم يتم تحسين دالة الهدف تتقلص المنطقة ويتم حساب أنموذجا" جديدا". وهنا في هذه الطريقة نرمز لــx بــ x_1 ونرمز لــy بــx_2،

فأن المشكلة العامة لهذه الطريقة كالاتي:

$\underset{x_1\ x_2}{min} \ \mathrm{F}\,(x_1 \ \ x_2)$ (1a)

$\mathrm{s.t} \quad G\,(x_1 \ \ x_2) \ \leq 0$ (1b)

$x_2 \ \in argmin \quad f\,(x_1 \ \ x_2)$ (1c)

$\mathrm{s.t} \quad g\,(x_1 \ \ x_2) \ \leq 0$ (1d)

فطريقة (Trust Region) صممت للحالة التي تكون فيها G تعتمد فقط على متغير المستوى الاعلى x_1 حيث

$\mathrm{F}: \mathrm{R}^{n_1 \times n_2} \to \mathrm{R}$

$f: \mathrm{R}^{n_1 \times n_2} \to \mathrm{R}$

$G: \mathrm{R}^{n_1 \times n_2} \to \mathrm{R}^{m_1}$

$g: \mathrm{R}^{n_1 \times n_2} \to \mathrm{R}^{m_2}$

تكون دوال ثنائية مختلفة مستمرة. سوف نفترض مجموعة القيود تعرف من خلال دوال G g منتظمة. سوف نرمز Ω لمجموعة النقاط المقبولة للمشكلة ثنائية المستوى :

$\Omega = \{ \ (x_1 \ \ x_2) : \ G\,(x_1 \ \ x_2) \ \leq 0 \quad and \quad g\,(x_1 \ \ x_2) \ \leq 0 \ \}$

وان مجموعة رد الفعل (reaction set) تكون :

ISSN (1681- 6870)

$$\mathrm{R}\,(\bar{x}_1) = \{x_2 \in \mathrm{R}^{n_2} :\ x_2 \in\ argmin\,\{\,f\,(\bar{x}_1\ \ \hat{x}_2) :\ \hat{x}_2\ \in\ \Omega\,(\bar{x}_1)\}$$

فلوصف الخوارزمية لحل المشكلة ثنائية المستوى غير الخطية بالبداية سوف نفترض ان الحل الاولي موجود وسوف نبني نموذج تربيعي - خطي للمشكلة اعلاه حول الدالة الخطية التقريبية $g\quad G\quad F$. وان f التربيعية التقريبية لدالة الهدف تكون للمستوى الادنى .

فإذا كانت $(\bar{x}_1\ \ x_2)$ تشير التكرار الحالي سوف يهيئ نماذج الدوال:

$$\mathrm{F}_m(x_1\ \ x_2) = \mathrm{F}(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2) + \mathrm{C}_1^{\mathrm{T}}(x_1\ \ \bar{x}_1) + \mathrm{C}_2^{\mathrm{T}}(x_2\ \ \bar{x}_2\,) \tag{2}$$

$$\mathrm{G}_m(x_1) = \mathrm{G}(\bar{x}_1) +\ \mathrm{A}_1(x_1\ \ \bar{x}_1) \tag{3}$$

$$f_m(x_1\ \ x_2) =\ f\,(\bar{x}_1\ \ x_2\,)\ \ + d_1^{\mathrm{T}}\,(x_1\ \ \bar{x}_1) +\ \mathrm{d}_2(x_2\ \ \bar{x}_2\,) + \frac{1}{2}(x_1\ \ \bar{x}_1)^{\mathrm{T}}\ Q_{11}\,(x_1\ \ \bar{x}_1)$$
$$+\ (x_1\ \ \bar{x}_1)^{\mathrm{T}}\ Q_{12}\,(x_2\ \ \bar{x}_2)\ + \frac{1}{2}(x_2\ \ \bar{x}_2)^{\mathrm{T}}\ Q_{22}\,(x_2\ \ \bar{x}_2) \tag{4}$$

$$\mathrm{g}_m(x_1\ \ x_2) = \mathrm{g}(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2) + \mathrm{H}_1\,(x_1\ \ \bar{x}_1) + \mathrm{H}_2(x_2\ \ \bar{x}_2) \tag{5}$$

حيث:

$$\mathrm{C}_1 =\ \nabla_{x_1}\mathrm{F}(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \in \mathrm{R}^{n_1}$$

$$\mathrm{C}_2 =\ \nabla_{x_2}\mathrm{F}(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \in \mathrm{R}^{n_2}$$

$$\mathrm{A}_1 =\ \ \mathrm{J}_{x_1}\,\mathrm{G}(\bar{x}_1)\ \in\ \mathrm{R}^{m_1\times n_1}$$

$$d_1 =\ \ \nabla_{x_1}f(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2) \in \mathrm{R}^{n_1}$$

$$d_2 =\ \ \nabla_{x_2}f(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2) \in \mathrm{R}^{n_2}$$

$$\mathrm{H}_1\!:\ \mathrm{J}_{x_1}\mathrm{g}(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \in\ \mathrm{R}^{m_2\times n_1}$$

$$\mathrm{H}_2\!:\ \mathrm{J}_{x_2}\mathrm{g}(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \in\ \mathrm{R}^{m_2\times n_2}$$

$$Q_{11}\!:\nabla^2{}_{x_1x_1}\ f(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \ \ \mathrm{R}^{n_1\times n_1}$$

$$Q_{12}\!:\nabla^2{}_{x_1x_2}\ f(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \ \ \mathrm{R}^{n_1\times n_2}$$

$$Q_{21}\!:\nabla^2{}_{x_2x_1}\ f(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \ \ \mathrm{R}^{n_2\times n_1}$$

$$Q_{22}\!:\nabla^2{}_{x_2x_2}\ f(\bar{x}_1\ \ \bar{x}_2)\ \ \ \mathrm{R}^{n_2\times n_2}$$

والدوال المشار إليها تكون ضمن البرمجة ثنائية المستوى Linear - quadratic

$$\min_{x_1\ x_2}\ \mathrm{F}_m\,(x_1\ \ x_2)$$

$$\mathrm{s.t}\quad G_m\,(x_1)\ \leq 0 \tag{6}$$

$$min\ \ f_m\ \ (x_1\ \ x_2)$$

$$\mathrm{s.t}\quad g_m\,(x_1\ \ x_2)\ \leq 0$$

وهذه المشكلة سوف تقوم بإعادة صياغتها لتصبح (Mixed _integer program) وبعد اعادة الصياغة نقوم بحلها حسب الخوارزمية . ففي البداية سوف نقوم بإزالة الحد الثابت من المعادلات (2) و (4) :

ISSN (1681- 6870)

$\overline{\mathrm{G}} = \mathrm{G}(\bar{x}_1) - \mathrm{A}_1\bar{x}_1$

$\bar{\mathrm{g}} = \mathrm{g}(\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2) - \mathrm{H}_1(\bar{x}_1) - \mathrm{H}_2(\bar{x}_2)$

والمستوى الاعلى والمستوى الادنى يمكن التعبير عنها كالآتي :

$$\mathrm{F}_m(x_1 \quad x_2) = \mathrm{C}_1^{\mathrm{T}} x_1 + \mathrm{C}_2^{\mathrm{T}} x_2$$

$$\mathrm{G}_m(x_1) = \mathrm{A}_1 x_2$$

$$f_m(x_1 \quad x_2) = r_1^{\mathrm{T}} x_1 + r_2^{\mathrm{T}} x_2 + \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\mathrm{X}_1^{\mathrm{T}} & \mathrm{X}_2^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Q_{11} & Q_{12}\\ Q_{21} & Q_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$$

$$\mathrm{g}_m(x_1 \quad x_2) = \mathrm{H}_1 x_1 + \mathrm{H}_2 x_2$$

حيث

$$\mathrm{r}_1 = \mathrm{d}_1 - Q_{21}{}^{\mathrm{T}}\bar{x}_2 - Q_{11}{}^{\mathrm{T}}\bar{x}_1 \quad \in \mathrm{R}^{n_1}$$

$$\mathrm{r}_2 = \mathrm{d}_2 - Q_{12}{}^{\mathrm{T}}\bar{x}_1 - Q_{22}{}^{\mathrm{T}}\bar{x}_2 \quad \in \mathrm{R}^{n_2}$$

والمشكلة (6) يمكن اعادة كتابتها كالآتي :

$$\min_{x_1} \ \mathrm{F}_m(x_1 \quad x_2)$$

$$\text{s.t} \quad G_m(x_1) \le -\overline{\mathrm{G}}$$

$$\min_{x_2} \quad f_m(x_1 \quad x_2)$$

$$\text{s.t} \quad \mathrm{g}_m(x_1 \quad x_2) \le -\bar{\mathrm{g}}$$

وبدمج قيود المنطقة الحصينة (*Trust _ region*) بالنسبة الى متجه المستوى الاعلى x_1 سيتم الحصول على *mixed _ integer program* :

$$\min \quad \mathrm{C}_1^{\mathrm{T}} x_1 + \mathrm{C}_2^{\mathrm{T}} x_2 \qquad (7a)$$

$$\text{s.t} \quad \| x_1 - \bar{x}_1 \|_\infty \le \Delta k \qquad (7b)$$

$$\mathrm{A}_1 x_2 \le -\overline{\mathrm{G}} \qquad (7c)$$

$$\mathrm{H}_1 x_1 + \mathrm{H}_2 x_2 \le -\bar{\mathrm{g}} \qquad (7d)$$

$$\lambda \ge 0 \in \mathrm{R}^{m_2} \qquad (7e)$$

$$\lambda_i \le \mathrm{M}_{\mathrm{Z}i} \qquad i = 1 \ \dots \ m_2 \qquad (7f)$$

$$[-\bar{\mathrm{g}} - \mathrm{H}_1 x_1 - \mathrm{H}_2 x_2]_i \le \mathrm{M}(1 - \mathrm{Z}_i) \qquad i = 1 \ \dots \ m_2 \qquad (7g)$$

$$\mathrm{Z_i} \in [0 \quad 1] \qquad i = 1 \ \dots \ m_2 \qquad (7h)$$

$$\frac{1}{2}\left(\mathrm{Q}_{12}{}^{\mathrm{T}} + \mathrm{Q}_{21}\right)x_1 + \mathrm{Q}_{22}\, x_2 + \mathrm{H}_2{}^{\mathrm{T}}\lambda + \mathrm{r}_2 = 0 \qquad (7i)$$

وقيود (Trust _ region) يعبر عنها بالمعادلة (7b) بينما (7c) تمثل (primal _ feasibility) للمستوى الادنى يعبر عنه بالمعادلة (7d) وان (dual _ feasibility) يعبر عنها بالمعادلات (7e) و (7i) وان :

$$\lambda_{\mathrm{i}}[-\bar{\mathrm{g}} - \mathrm{H}_1 x_1 - \mathrm{H}_2 x_2]_{\mathrm{i}} = 0 \quad \mathrm{i} = 1 \ \dots \ \mathrm{m}_2$$

ISSN (1681- 6870)

انها تكون خطية ونستبدل المعادلات (7f) و (7g) و (7h) حيث المعلمة M هي عدد كبير حيث ان mixed _ integer program يكافئ أنموذج البرمجة ثنائية المستوى العام .

وافترض ان ($x_1^m \quad x_2^m$) تمثل الحل العالمي (global _ solution) للمعادلات (7) . ومن اجل حساب القيمة الحقيقية لهذا الحل يجب حساب رد الفعل للمستوى الادنى x_1^m وان الحل الامثل يكون:

$$\min \; f\,(x_1^{m} \quad x_2) \qquad (8)$$

$$\text{s.t} \qquad g\,(x_1^{m} \quad x_2) \le 0$$

فاذا كان الحل للمعادلة (8) هو حل عالمي (Global _ solution) . سوف نرمز لـ x_2^* ويكون افتراض ان المستوى الادنى للمشكلة هو محدب، ففي بداية الحل سوف نبدأ بالنقطة المعطاة ($\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2$) ونولد حل ($x_1^m \quad x_2^*$) للأنموذج (1) حول ($\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2$) ونلخص خطوات حل الخوارزمية كالآتي :

1. التهيئة

القيم الاولية زودتنا بنصف القطر Δ_0 والمعلمات $\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \gamma_1 \quad \gamma_2$ تحقق :

$$0 < \zeta_1 \le \zeta_2 < 1 \qquad\qquad 0 < \gamma_1 < 1 < \gamma_2$$

وايضاً تزودنا بـ M Δ_{min} K_{max} $\boldsymbol{\varepsilon}$ ونفترض ان النقطة الاولية المقبولة ($x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)}$) تكون موجودة . وهذه النقطة يمكن استنتاجها من النقطة العليا $x_1^{(0)}$ وهي جزئية من الحل في x_1 للمستوى المفرد .

$$\min_{x_1 \; x_2} \; F\,(x_1 \quad x_2)$$

$$\text{s.t} \quad G\,(x_1) \le 0 \qquad (9)$$

$$g\,(x_1 \quad x_2) \le 0$$

وان $x_2^{(0)}$ تكون الحل للمستوى الادنى من المشكلة بالنسبة الى $x_1^{(0)}$ والتكرار عند العداد K سوف يكون من الصفر (0) .

2. بناء النموذج

يتم بناء $\bar{G}$ $\bar{g}$ والحد غير الثابت في الأنموذج $g_m \quad f_m \quad G_m \quad F_m$.

3. حل المشكلة الثانوية

تحل المشكلة (7) و (8) بالنسبة للحلول ($x_1^m \quad x_2^m$) و x_2^* .

4. تحديث نصف القطر والتكرار

تحسب نسبة الانجاز المحقق مقابل التقليل المتوقع

$$p_k = \frac{F\,(x_1^{(k)} \quad x_2^{(k)}) - F(x_1^{m} \quad x_2^{*})}{F_m\,(x_1^{(k)} \quad x_2^{(k)}) - F_m\,(x_1^{m} \quad x_2^{m})}$$

فاذا ($p_k < \zeta_1$) فان الأنموذج يعد غير دقيق، لذلك نضع

$$(x_1^{(k+1)} \quad x_2^{(k+1)}) = (x_1^{(k)} \quad x_2^{(k)}) \quad \text{و} \quad \Delta_{k+1} = \gamma_1 \, \Delta_k$$

وغير ذلك نضع :

ISSN (1681- 6870)

$(x_1{}^{(k+1)} \;\; x_2{}^{(k+1)}) = (x_1{}^{m} \;\; x_2{}^{*})$

اذا كان

$p_k \geq \zeta_2 \qquad \Delta_{k+1} = \gamma_2 \, \Delta_k$

5. ايقاف المعايير

عمليات الامثلية تتوقف اذا احدى المعايير تحققت :

- $\| x_1{}^{(k+1)} - x_1{}^{(k)} \| < \boldsymbol{\varepsilon}$ بعد التكرارات الناجحة .
- التقليل الناجح يساوي المتوقع أي بمعنى ان $p_k \approx 1$ والتقليل المتوقع $\mathrm{F}_m(x_1{}^{(k)} \;\; x_2{}^{(k)}) - \mathrm{F}_m(x_1{}^{m} \;\; x_2{}^{m})$ يكون قليل أي اقل من 1 .
- تم التوصل الي عدد كبير من التكرارات المتتالية غير الناجحة .
- نصف القطر للمنطقة الحصينة The trust region يكون اصغر من ($\Delta_{k+1} < \Delta_{min}$) .
- عندما عدد التكرارات يتجاوز العدد المحدد أي بمعنى ($k + 1 > \mathrm{K}_{max}$) واذا واحد من النقاط المشار إليها تحققت نقوم بوضع $k = k + 1$ ونعيد الخطوة الثانية .

2.3. خوارزمية التفريغ والتحديد Branch and Bound algorithms [8] [10] [9] [11]

تستخدم عندما يكون المستوى الادنى للمشكلة محدب ومنتظم ونستخدم به شروط (KKT) خوارزمية التفريع والتحديد تتضمن حل سلسلة من المشاكل بدلاً من حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى بصورة مباشرة بحيث نستخدم شروط (KKT) لتعريف المستوى الاول لمشكلة الامثلية حيث :

$$\mathrm{BP}_{\mathrm{KKT}}: \min_{x\ y\ \lambda} \; \mathrm{F}(\mathrm{x} \;\; \mathrm{y}) = \mathrm{C}^1 x + \mathrm{C}^2 y$$

$$\text{Subject to } \; \mathrm{G}_i(\mathrm{x} \;\; \mathrm{y}) \geq 0 \qquad i \in \mathrm{T}$$

$$\text{and} \quad \nabla_y \mathcal{J}(x \;\; y\, \lambda) \approx 0$$

$$\mathrm{g}_i(x \;\; y) \geq 0 \qquad i \in \mathrm{p}$$

$$\lambda_i \, \mathrm{g}_i(x \;\; y) = 0 \qquad i \in \mathrm{p}$$

$$\lambda_i \geq 0 \qquad i \in \mathrm{p}$$

حيث:

$$\mathcal{J}(x \;\; y\, \lambda) = f(x \;\; y) - \textstyle\sum_{i=1}^{1} \; \lambda_i \, \mathrm{g}_i(x \;\; y)$$

وهي دالة لاكرانج للمستوى الادنى للمشكلة وتعرف عند x و λ وهي مرتبطة بمتجه مضاعف لاكرانج و

$$\nabla_y \mathcal{J}(x \;\; y\, \lambda) = \frac{\partial}{\partial y_i} \mathcal{J}(x \;\; y\, \lambda)_{i \in \mathrm{M}}$$

$\mathrm{M} = \{1 \; 2 \; \ldots \; m\}$ هي الميل بالنسبة لمتجه y .

وان شروط (Complementary Slackness) تكون بصورة عامة غير خطية وغير محدبة وهي تكون جيدة بأتباعها للبرمجة ثنائية المستوى مع شروط (Karsh _Kuhn _ Tucker) أي $\mathrm{BP}_{\mathrm{KKT}}$ وذلك ان شروط Complementary Slackness)) تكون قيودها جداً معقدة لتحقق الحل لـ $\mathrm{BP}_{\mathrm{KKT}}$. حيث ان خوارزمية (Branch and Bound) تحاول تقديم هذه الشروط لتكون هي الحل للمشكلة وهذا الهدف يحقق من خلال بناء شجرة للمشاكل تستخرج من ($\mathrm{BP}_{\mathrm{KKT}}$) عند العقدة او الجذر الاولي لهذه الشجرة يكون للمشكلة :

ISSN (1681- 6870)

$P_0: \min_{x\ y\ \lambda}\ F(x\ \ y)$

Subject to $G_i(x\ \ y) \geq 0 \qquad i \in T$

and $\nabla_y \mathcal{J}(x\ \ y\ \lambda) = 0$

$g_i(x\ \ y) \geq 0 \qquad i \in p$

$\lambda_i \geq 0 \qquad i \in p$

وهذه المشكلة تحل كالاتي :

1. اذا شروط (Complementary Slackness) تكون $\lambda_i\, g_i(x\ \ y) = 0$ عندها فأن زوجان من العقد k تعرف واحدة منها العقدة k_1 تحتوي على المشكلة p_k مع اضافة القيد $\lambda_i = 0$ والعقدة الاخرى k_2 تحتوي على p_k اضافة القيد $g_i(x\ \ y) = 0$. ولذلك فأن أي حل للمشاكل عند العقدة k_1 مع k_2 يحقق j^{th} من شروط Complementary Slackness).
2. اذا كان لا يوجد حل للمشكلة عند النقطة k عندها فأن الجذور تكون عند النقطة k غير موسعة لان جميع المشاكل سوف تكون غير مقبولة .

اذا كان الحل عند النقطة k يحقق جميع شروط (*Complementary Slackness*) عندها يكون الحل لمشكلة BP_{KKT} معرف. وقيمة دالة الهدف تقارن بالنسبة للحل الافضل الذي يوجد بشكل بعيد جداً وذلك لان الحل الذي وجد هو ايضاً حل للمشاكل عند العقدة الحالية وتكون غير موسعة للمدى البعيد. والجذور تكون لا تحقق الحل لمشكلة BP_{KKT} عند النقطة الحالية

3. الجانب التجريبي

في هذا الجانب تم استخدام اسلوب المحاكاة باستخدام طريقة مونت كارلو لغرض حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية وفقاً للطرائق التي تقدم ذكرها، فقد تم تحديد ما يأتي:

1. اختيرت احجام مختلفة للعينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة و كبيرة جدا.
2. تم تكرار كل تجربة (R=5000)
3. الخطأ بمقدار ε =0.01 .
4. ان تجارب المحاكاة المقامة في هذا الفصل تتضمن دراسة طريقتين من طرائق حل البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية بهدف المقارنة والتحليل ومدى ملائمة هاتان الطريقتين عند مختلف القيم وهي : طريقة دالة الجزاء Penalty function methods وخوارزمية التفريغ والتحديد Branch and Bound algorithms حيث استخدمت الطريقتين أعلاه في دراسة تجارب المحاكاة. حيث أن الخطوة الرئيسة لطريقة مونت كارلو (Monte Carlo) هي توليد سلسلة من القيم العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم المستمر وبالتالي تهيئة وسيلة رياضية لتحويل الرقم العشوائي المنتظم الى متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي. وعليه فإن توليد المتغيرات الطبيعية يتم باستخدام صيغة التحويل (بوكس ملر) وهي نوع من أنواع الصيغ التي تعتمد على بيانات المشكلة قيد الدراسة وتسمى المحاكاة المقيدة وتعمل هذه الصيغة على توليد الارقام العشوائية وبتوزيع المنتظم $u(0\ 1)$ وبالاعتماد على هذه الارقام نقوم بتوليد المتغيرات العشوائية بحسب توزيع معين وبعدها نقوم بتوليد متغيرات من خلال عدة نماذج اعدت لهذا الغرض واخيرا نكرر تجربة المحاكاة لعدة مرات لكي نحصل على بيانات قريبة من الواقع.

وصيغة بوكس ملر كالاتي :

$$u_1(t) = [\,-2\,Ln\,u_1\,]^{\frac{1}{2}}\ [\sin(2\pi u_2)]$$

$$u_2(t) = [\,-2\,Ln\,u_1\,]^{\frac{1}{2}}\ [\cos(2\pi u_2)]$$

حيث أن $(u_1\ \ u_2)$ متغيران مستقلان يتبعان التوزيع المنتظم $U(\ 0\ \ 1\ )$.

5. تم تنفيذ البرامج الخاصة للجانب التجريبي باستخدام لغة (Matlab18B) لتنفيذ طرائق حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية.

ISSN (1681- 6870)

مناقشة تجارب المحاكاة:

بعد تطبيق تجارب المحاكاة تم الحصول على النتائج التالية :

جدول (1): يبين نتائج حل طريقتي التحديد والتفريع وطريقة تايلور بمقدار خطأ $\varepsilon = 0.01$ وتكرار R=5000 ولحجوم العينات المختلفة .

حجم العينة n	الطرق						
	Branch and Bound			Trust Region			Best
	x	y	Z	x	y	z	
20	9.14	9.18	10.50	40.57	20.73	39.13	Branch
50	9.92	9.93	10.34	41.10	20.59	40.02	Branch
100	10.65	10.66	10.70	41.68	20.10	39.13	Branch
150	11.00	11.01	10.33	42.25	20.69	38.83	Branch
200	11.27	11.27	10.45	42.45	20.33	38.40	Branch
250	11.50	11.51	11.47	42.74	20.60	38.77	Branch
300	11.66	11.66	9.93	43.10	20.90	37.37	Branch
350	11.87	11.87	10.15	43.30	20.81	37.97	Branch
400	12.01	12.01	9.74	43.52	20.92	38.34	Branch
450	12.11	12.11	9.83	43.68	20.46	39.39	Branch
500	12.18	12.19	9.91	43.76	20.88	38.44	Branch
550	12.31	12.31	10.04	43.82	20.48	38.62	Branch
600	12.42	12.42	11.31	43.82	20.60	38.85	Branch
650	12.50	12.51	11.12	43.95	20.93	38.93	Branch
700	12.85	12.85	10.94	44.22	21.24	39.54	Branch
750	12.63	12.63	10.75	44.24	20.97	39.72	Branch
800	12.68	12.68	10.80	44.28	20.81	38.41	Branch
850	12.74	12.74	10.86	44.43	21.19	40.29	Branch
900	12.79	12.79	10.91	44.31	21.03	38.70	Branch
950	12.83	12.83	10.95	44.38	21.15	39.74	Branch
1000	12.88	12.88	11.01	44.42	20.92	37.12	Branch

بعد اتمام الجانب التجريبي تم التوصل الى افضلية خوارزمية التحديد والتفريع *Branch and Bound algorithms* في حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية في حالة حجوم العينات الصغيرة والكبيرة والكبيرة جدا واعتمدت هذه الطريقة في الجانب التطبيقي لكونها اعطت النتائج وبأقل قيمة لدالـــــة الهدف *Z*.

4. الجانب التطبيقي

في هذا الجانب تم تطبيق خوارزمية التفريع والتحديد *Branch and Bound algorithms* لحل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية على البيانات الحقيقية الخاصة بشركة تسويق الادوية والمستلزمات الطبية (كيماديا).بالاعتماد على برامج كتبت بلغة (*MATLA B18B*)

4.1 فكرة عامة عن شركة تسويق الادوية والمستلزمات (كيماديا):

كيماديا هي الشركة العراقية الوحيدة المتخصصة التي تقوم بتوفير و خزن وتسويق وتوزيع الدواء والمستلزمات الطبية والاجهزة على (المستشفيات العامة، العيادات الشعبية والمراكز الصحية) أذ أنها المستورد الوحيد للقطاع العام كما تقوم بوضع القواعد الاساسية لتحديد الاسعار لكل صنف من الادوية والمستلزمات الطبية لضمان السعر المناسب للمواطن والصيدليات والجهات ذات العلاقة، وتعمل كذلك على تخصيص كميات من الادوية (ادوية الطوارئ والادوية المنقذة للحياة) وكذلك المستلزمات الضروري استعمالها بشكل استثنائي في الظروف الطارئة بالإضافة الى تغطية جزء من احتياجات المؤسسات الصحية في الادوية والمستلزمات عن طريق الانتاج الوطني.

ISSN (1681- 6870)

4.2. تعريف متغيرات القرار:

يمكن صياغة اهداف وعناصر مشكلة تحديد الكميات المثلى من الادوية والمستلزمات الطبية المستوردة بالآتي إذ ان متغيرات المشكلة المدروسة هي خمس عشرة من الكميات المستوردة للدواء او المستلزم طبي :

- X_1 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Digoxin 250 mcg scored tab).
- X2: تمثل الكمية المستوردة من المادة (Diazepam ini 5mg/ml (2ml) Ampoule).
- X3 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Etoposide 50 mg capsule).
- X4 : تمثل الكمية المستوردة من المادة(Etoposide inj 20/ml or 100mg /5ml vial).
- X5 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Tetanus vaccine).
- X6 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (BCG).
- X7 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Measlaes).
- X8 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Polie inj vaccine).
- X9 : تمثل الكمية المستوردة من المادة(Insulin isophane(NHP) 100 Units/ml ingection).
- X10 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Etoposide 100 mg capsule).
- X11 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Insulin neutral 100 units/ml ingection).
- X12 : تمثل الكمية المستوردة من المادة (Surgial gauze swabs(45*45) cm (pack 100) pcs).
- X13 : تمثل الكمية المستوردة من المادة.(Disposable operation latex gloves sterile size 7/0.5 peel pack).
- X14 : تمثل الكمية المستوردة من المادة(Band aid(2.2*2.2) cm (pack of 100)).
- X15 : تمثل الكميه المستوردة من المادة (Paper tape plaster).

4.3. وصف البيانات:

لغرض تحديد عناصر مشكلة تحديد الكميات المثلى من الادوية والمستلزمات الطبية التي تسد حاجة الوزارة الصحة منها معتمدين على منهجية علمية صحيحة تم دراسة المشكلة دراسة وافية لتعرف على المشكلة وتحديد عناصرها لذا قمنا بزيارات متعددة الى الشركة العامة لتسويق الادوية والمستلزمات الطبية لتحديد معاملات الانموذج وتمكنا من الحصول على معاملات المشكلة المتمثلة بما يلي:

1. حاجة وزارة الصحة من الادوية والمستلزمات الطبية والتي تم الحصول عليها من السجلات الخاصة وهي كما موضحة في الجدول (2).
2. السعر الادوية والمستلزمات الطبية بالدولار

جدول (2): يوضح الاحتياج والسعر بالدولار

الدواء او المستلزمات الطبية	الكمية التي نحتاجها من امبولة كبسولة فيال	السعر بالدولار	كلفة الطلب
Digoxin 250 mcg scored tab	4703166	0.29	1363918.14
Diazepam ini 5mg/ml (2ml) Ampoule	3332614	0.8	2666091.2
Etoposide 50 mg capsule	25033	10	250330
Etoposide inj 20/ml or 100mg /5ml vial	4000000	9.2	36800000
Tetanus vaccine	5600000	0.10	56000
BCG	5000000	0.50	2500000
Measlaes	805050	0.61	491080.5
Polie inj vaccine	34906	11	383966
Insulin isophane(NHP) 100 Units/ml ingection	793500	4.99	3959565
Etoposide 100 mg capsule	25900	73	1890700
Insulin neutral 100 units/ml ingection	613668	3.90	2393305.2
Surgial gauze swabs(45*45) cm (pack 100) pcs	590220	59	34822980
Disposable operation latex gloves sterile size 7/0.5 peel pack	6560150	0.45	2952067.5
Band aid(2.2*2.2) cm (pack of 100)	66335	0.70	46434.4
Paper tape plaster	289920	6.80	1971456

ISSN (1681- 6870)

3. المساحة المستغلة لكل دواء ومستلزم مقاسة بالسنتمتر المكعب

جدول (3): يوضح مساحة كل دواء ومستلزم مقاسة بالـ سم^3

مساحة كل دواء أو مستلزم	الكمية بالكارتونة	مساحة الكارتونة
12.25	5000	55000
0.89109	696000	56000
95.74	40	3250
320.29	445	120000
2.757	5000	6930
0.756	30000	16945.6
2.757	3000	6030
0.572	6000	3250
70	600	50000
39.4	100	3500
65	700	40000
105	700	49000
2.09	5000	45650
27	13000	500000
27	13000	350000

4.4. الأنموذج الرياضي للمشكلة :

تم صياغة أنموذج مشكلة برمجة ثنائية المستوى غير الخطية اعتمادا على البيانات المأخوذة و نوع المشكلة المُراد حلها حيث يتطلب بناء الأنموذج أولا تحديد متغيرات القرار التي تمثل الكميات المثلى من الادوية والمستلزمات الطبية التي تحتاجها الوزارة ومساحة كل مستلزم او دواء بالسنتمتر المكعب والتي تم تعريفها اعلاه وان الكمية المثلى التي تحتاجها الوزارة من الادوية والمستلزمات:

Min Z = $0.29 X_1 + 0.8 X_2 + 10 X_3 + 9.1 X_4 + 0.10 X_5 + 0.50 X_6 + 0.61 X_7 + 11X_8 + 4.99X_9 + 73X_{10} + 3.90 X_{11} + 59X_{12} + 0.45X_{13} + 0.70 X_{14} +6.80X_{15}$

قيود الطلب:

- $X_1 \geq 4703166$
- $X2 \geq 3332614$
- $X3 \geq 25033$
- $X4 \geq 4000000$
- $X5 \geq 560000$
- $X6 \geq 5000000$
- $X7 \geq 805050$
- $X8 \geq 34906$
- $X9 \geq 793500$
- $X10 \geq 25900$
- $X11 \geq 613668$
- $X12 \geq 590220$
- $X13 \geq 6560150$
- $X14 \geq 66335$
- $X15 \geq 289920$

قيود المساحة

- $X1 \geq 12.25$
- $X2 \geq 0.89109$
- $X3 \geq 95.74$

ISSN (1681- 6870)

- $X4 \geq 320.29$
- $X5 \geq 2.757$
- $X6 \geq 0.756$
- $X7 \geq 2.757$
- $X8 \geq 0.572$
- $X9 \geq 70$
- $X10 \geq 39.4$
- $X11 \geq 65$
- $X12 \geq 105$
- $X13 \geq 2.09$
- $X14 \geq 27$
- $X15 \geq 27$

قيود عدم السالبية:

- $X_i \geq 0$

بعد ان تم بناء الانموذج النهائي وتحويله الى قيود من تطبيق البيانات الخاصة بشركة تسويق الادوية والمستلزمات الطبية (كيماديا) في الجداول اعلاه طبقاً للنتائج التي تم الحصول عليها في الجانب التجريبي تم الحصول على نتائج الطرائق للمقارنة بين الطريقتين وكالاتي:

Branch and Bound Algorithm

Z = 193.1515
(x y) = (1929.3 2249.0)

Trust Region Method

Z = 369757
(x y) = (39.2790 9.8723)

بالاستناد الى نتائج الجانب التجريبي للبيانات المولدة فان طريقة التفريع والتحديد Branch and Bound Algorithm هي الافضل فتعد كلفة الطريقة والتي تساوي 193.1515 التي حصلنا عليها بناءا" على الجانب التجريبي و بالاعتماد على برامج كتبت بلغة (MATLAB 18B) والبيانات الحقيقية لشركة تسويق الادوية والمستلزمات الطبية (كيماديا) ، ان خوارزمية التحديد والتفريع هي الافضل في حالة حجوم العينات الصغيرة والكبيرة والمتوسطة والكبيرة جدا. حيث تكون الكمية المثلى من الادوية والمستلزمات الطبية لشركة (كيماديا) :

Min Z = 193.1515

وذلك بالأسعار الاتية لكل دواء:

- الدواء الاول X_1 عند السعر 0.29 دولار
- الدواء الثاني X_2 عند السعر 0.8 دولار
- الدواء الثالث X_3 عند السعر 10 دولار
- الدواء الرابع X_4 عند السعر 9.1 دولار
- الدواء الخامس X_5 عند السعر 0.10 دولار
- الدواء السادس X_6 عند السعر 0.50 دولار
- الدواء السابع X_7 عند السعر 0.61 دولار
- الدواء الثامن X_8 عند السعر 11 دولار
- الدواء التاسع X_9 عند السعر 4.99 دولار
- الدواء العاشر X_{10} عند السعر 73 دولار

ISSN (1681- 6870)

- الدواء الحادي عشر X_{11} عند السعر 3.90 دولار
- الدواء الثاني عشر X_{12} عند السعر 59 دولار
- الدواء الثالث عشر X_{13} عند السعر 0.45 دولار
- الدواء الرابع عشر X_{14} عند السعر 0.70 دولار
- الدواء الخامس عشر X_{15} عند السعر 6.80 دولار

وتكون الكمية المثلى للطلب (1929.3) كارتون و المساحة المثلى للدواء (2249.0).

الاستنتاجات Conclusions

من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة وبناءً على ما تم تحليله من نتائج الجانب التجريبي فقد تم التوصل الى الاستنتاجات الاتية:

1. بشكل عام اظهرت نتائج تجارب المحاكاة افضلية طريقة التفريع والتحديد المقترحة لأنها اظهرت اقل قيمة لدالة الهدف في مختلف حجوم العينات.
2. طريقة التحديد والتفريع في حالة حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة والكبيرة جدا هي الافضل وذلك بالاعتماد على اقل لدالة الهدف من حيث تقليل الكلفة.

التوصيات Recommendation

1. يوصي الباحثان باعتماد طريقة التحديد والتفريع في حالة حجوم العينات الصغيرة والكبيرة والمتوسطة والكبيرة جدا.
2. يوصي الباحثان بأجراء بحوث مستقبلية وباستعمال طرائق حل مختلفة لحل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى غير الخطية .
3. يوصي الباحثان بان تفكر الدولة في انتاج الادوية التي عليها طلب متزايد والتي تعد ذات مردود اقتصادي جيد للدولة وبالأخص لدينا كوادر علمية (أطباء وصيادلة) كفوئين وكذلك وجود شركة سامراء لإنتاج الادوية والتي تعد من الشركات المميزة واضافة الى وجود شركات وطنية اخرى .
4. يوصي الباحثان باستخدام خوارزمية التحديد والتفريع لشركة تسويق الادوية والمستلزمات الطبية لانها اظهرت افضل النتائج.

المصادر

[1] Colson B. Marcotte P. & Savard G. (2005). Bilevel programming: A survey. 4OR 3(2) 87-107.

[2] Hosseini E. & Kamalabadi I. N. (2013). Solving linear-quadratic bi-level programming and linear-fractional bi-level programming problems using genetic algorithm. Applied Mathematics and Computational Intelligence 2(2) 169-182

[3] Hosseini E. & Kamalabadi I. N. (2014). Taylor approach for solving non-linear bi-level programming problem. Advances in Computer Science: an International Journal 3(5) 91-97.

[4] Hosseini E. & Kamalabadi I. N. (2015). Bi-section algorithm for solving linear Bi-level programming problem. Int. J. Sci. Eng 1 101-107.

[5] Wan Z. Mao L. & Wang G. (2014). Estimation of distribution algorithm for a class of nonlinear bilevel programming problems. Information Sciences 256 184-1967- Hosking J.R.M. (1986) The theory of probability

[6] Colson B. Marcotte P. & Savard G. (2005). A trust-region method for nonlinear bilevel programming: algorithm and computational experience. Computational Optimization and Applications 30(3) 211-227.

[7] Hosseini E. & Kamalabadi I. N. (2015). Two approach to solve nonlinear bilevelfor solving non-linear bi-level programming problem. Advances in Computer Science: an International Journal

[8] Hansen P. Jaumard B. & Sa-vard G. (1992). New branch-and-bound rules for linear bilevel programming. SIAM Journal on scientific and Statistical Computing 13(5) 1194-1217.

[9] Colson B. Marcotte P. & Savard G. (2005). Bilevel programming: A survey. 4or 3(2) 87-107

[10] Edmunds T. A. & Bard J. F. (1991). Algorithms for nonlinear bilevel mathematical programs. IEEE transactions on Systems Man and Cybernetics 21(1) 83-89

ISSN (1681- 6870)

[11] Bard J. F. & Moore J. T. (1990). A branch and bound algorithm for the bilevel programming problem. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing 11(2) 281-292

[12] Sinha A. Malo P. & Deb K. (2017). A review on bilevel optimization: From classical to evolutionary approaches and applications. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 22(2) 276-295.

[13] Sinha A. Malo P. & Deb K. (2017). A review on bilevel optimization: From classical to evolutionary approaches and applications. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 22(2) 276-295.