ISSN (1681- 6870)

استعمال طريقة الوسط الهندسي في إيجاد الحل الأمثل لمشكلة التخصيص الضبابي غير المتوازن مع تطبيق عملي•

م. د. عمر محمد ناصر العشاري
omar_alashari@yahoo.com
أحمد شافي دحام
ash086848@gmail.com
جامعة بغداد - كلية الادارة والاقتصاد - قسم الإحصاء - بغداد – العراق

المستخلص
في هذا الورقة البحثية، تم تسليط الضوء على دراسة مشكلة التخصيص الضبابي غير المتوازن بعد اختيار الخط الأول التابع لمصنع دجلة/شركة بغداد للمشروبات الغازية كميدان للتطبيق، اذ ركزت هذه الدراسة على حالة عدم التوازن التي تُعتبر حالة شائعة في واقع الحياة العملية، وكذلك في ظل وجود بيئة ضبابية وعدم دقة في البيانات. للتعامل مع البيانات الضبابية (Fuzzy Data) تم استعمال طريقة ماگ (Mag-Method) لتحويلها الى بيانات اعتيادية (Crisp Data) يسهل فهمها والتعامل معها في صنع واتخاذ القرار. بعد الحصول على البيانات الاعتيادية تم تطبيق طريقة الوسط الهندسي (Geometric Mean Method) على البيانات للحصول على الحل الأمثل، وتم أيضاً أضافة إلى ذلك بناء أنموذج رياضي للمشكلة وحله باستعمال برنامج سبايدر (Spyder 3.3.5) بالإِعتماد على دوال برنامج گروبي المُحَسن (Gurobi Optimizer) ومقارنة النتائج المستحصلة من طريقة الوسط الهندسي مع نتائج برنامج سبايدر لمعرفة كفاءة وفاعلية هذه الطريقة في تحقيق الأمثلية. وكانت من أهم النتائج التي تم التوصل إليها هو إعطاء طريقة الوسط الهندسي كفاءة وفاعلية في تحقيق الأمثلية.
الكلمات المفتاحية: مشكلة التخصيص، نظرية المجموعات الضبابية، مشكلة التخصيص الضبابي، طريقة ماگ، الأعداد الضبابية المثلثية، طريقة الوسط الهندسي.

Using the Geometric Mean Method to Finding the Optimal Solution for the Unbalanced Fuzzy Assignment Problem with Practical Application

Dr. Omar M. Naser AL-Ashari
omar_alashari@yahoo.com
Ahmed Sh. Daham
ash086848@gmail.com
Baghdad University - College of Administration and Economic - Department of Statistics
Received 12/10/2019 **Accepted 10/11/2019**

Abstract: *In this paper، the study of the unbalanced fuzzy assignment problem was highlighted after selection of the first line of the Degla factory / Baghdad Soft Drinks Company as a field of application. This study focused on unbalanced case that is common in real life، as well as in the presence of a fuzzy environment and unprecision in data. In order to deal with fuzzy data، Mag-method was used to convert it into crisp data that is easy to understand and deal with in decision making. After obtaining the crisp data، Geometric Mean Method was applied to the data to obtain the optimal solution. In addition، a mathematical model of the problem was built and solved it using Spyder (version 3.3.5) Program based on Gurobi Optimizer Program functions and compare the results obtained from Geometric Mean Method with the results of the Spyder Program to determine the efficiency and effectiveness of this method in achieving optimization. One of the most important results was، to give the Geometric Mean Method efficient and effective in achieving optimization.*

Keywords: Assignment Problem, Fuzzy Sets Theory, Fuzzy Assignment Problem, Mag-method, Triangular Fuzzy Numbers, Geometric Mean Method.

• بحث مستل من رسالة ماجستير

ISSN (1681- 6870)

1. المقدمة

تُعد بحوث العمليات من أحدث الموضوعات وأهمها التي يُساعد الإلمام بها على التفكير الإبداعي وتنمية القدرات التحليلية في حل المشكلات من خلال استعمال مناهج وأساليب خاصة بها في حل المشكلات واتخاذ القرارات الإدارية وأيضاً تطبيقها في رسم السياسات ووضع الخطط بما يوافق الأهداف مع ضمان الاستخدام الأمثل للطاقات والإمكانات. إن الحاجة للتخطيط العلمي في المجالات الاقتصادية والاجتماعية والسياسية دفعت المؤسسات التعليمية إلى وضع هذه المادة في مقدمة مناهجها وذلك حتى تتمكن من الربط بين ما تقدمه وما تحتاجه مجتمعاتها المحلية. من المواضيع التي تتناولها بحوث العمليات هي مشكلة التخصيص التي تعتبر أحدى الأساليب المهمة التي تساعد بتزويد متخذ القرار بمجموعة من بدائل التخصيصات التي تؤدي الى تعظيم الأرباح أو تقليل التكاليف (أو الأوقات) الى ادنى مستوىٍ ممكن. يستفاد من حالة التخصيص عندما تقوم الإدارات بتوزيع العاملون إلى المكائن لتأدية أعمال معينة وهكذا، وفي أغلب الأحيان تكون البيانات لمعظم المشاكل التي نواجهها في الحياة العملية ضبابية وغير دقيقة.

2. مشكلة البحث

يمكن إيجاز مشكلة البحث في التساؤلات الأتية:

- كيف التوفيق في تخصيص العاملون على المكائن في ظل وجود عدم التوازن؟
- ما هو الأسلوب العلمي والآلية المناسبة التي سنتبعها في تعاملنا مع البيانات الضبابية غير الدقيقة؟
- ما هي الأساليب العلمية المناسبة لتحقيق الغاية المطلوبة في هذه المشكلة ؟

3. هدف البحث

يمكن تلخيص هدف البحث إلى ما يلي:

- تحقيق التوازن للمشكلة وتطبيق طريقة الوسط الهندسي في إيجاد أقل وقت ممكن لإنجاز عمل العمال على المكائن (تحقيق الأمثلية للمشكلة).
- معرفة قدرة وكفاءة وفاعلية طريقة الوسط الهندسي في تحقيق الأمثلية، وذلك من خلال مقارنة النتائج المستحصلة مع نتائج الأنموذج الرياضي بعد تطبيقه في برنامج سبايدر (Spyder 3.3.5).

4. الدراسات السابقة

سيتم استعراض بعض الدراسات والبحوث المتعلقة بالموضوع قيد الدراسة لغرض الاطلاع على ما توصل إليه الباحثون السابقون والتي تيسر للباحث الحصول عليها:

- في عام (2006م)، أقترح الباحث (*Kumar، A.*) **[1]** في بحثه طريقة مختلفة، حيث كانت الطرائق السابقة تستند على فرضية تخصيص بعض الوظائف الى مكائن وهمية (*Dummy*) والتي سيتم تجاهلها لاحقاً، لذلك أقترح الباحث طريقة أخرى وهي بتقسيم مشكلة التخصيص غير المتوازنة الى مشكلتين فرعيتين متوازنتين وتطبيق الطريقة الهنغارية على كلا المشكلتين الفرعيتين للحصول على الحل الأمثل وبعد ذلك جمع الحلول المثلى للتخصيص لكلا المشكلتين للحصول على التكاليف الكلية المثلى.
- في عام (2010م)، ركز الباحثان (Kagade، K. L.، & Bajaj، V. H.) [2] في بحثهما على مشكلة تخصيص غير متوازنة بحيث تكون التكلفة أرقام غير محددة بشكل دقيق وستكون عناصر مصفوفة الكلفة لمشكلة التخصيص غير المتوازنة بشكل فترات ضبابية، وقد تم أقتراح طريقة معدلة لحل مشاكل التخصيص الضبابية غير المتوازنة، حيث أثبتت هذه الطريقة فاعليتها في الحصول على التخصيص الأمثل.
- في عام (2015)، قام الباحثان (Sudha، S.، Vanisri، & D.) [3] في بحثهما بتحسين طريقة الصفر اللاحق (Zero Suffix Method) وتطبيقها لإيجاد الحل الأمثل لمشكلة التخصيص، حيث تطلبت هذه الطريقة مراحل قليلة للوصول الى الأمثلية مقارنتاً بباقي الطرائق الموجودة في الأدبيات.
- في عام (2016م)، ناقش الباحثان (Yadaiah، V.، Haragopal، & V. V.) [4] منهج جديد لحل مشكلة التخصيص غير المتوازن ذو هدف وأحد، حيث إن فكرة هذا المنهج هو تقسيم مشكلة التخصيص الى مشكلتين فرعيتين واستعمال خوارزمية (Lexi-Search) في الحصول على الحل الأمثل. تم مقارنة النتائج مع مناهج آخرى حيث أثبت هذا المنهج تفوقه عليها.
- في عام (2016م)، قام الباحثان (Arokiamary، A.، Nithya، & S.) [5] في بحثهما بدراسة حول مشكلة التخصيص بإعتبار عناصر المصفوفة أرقام ضبابية ذات شكل سداسي (Hexagonal Fuzzy Number)، حيث قاما بمعالجة الضبابية باستعمال تقنية الترتيب الحصين (Robust) وتطبيق طريقة الوحدات (Ones Method) وطريقة البرمجة الخطية الصحيحة (LIP) لحساب الحل الأمثل للتخصيص.

ISSN (1681- 6870)

5. الجانب النظري

5.1 مشكلة التخصيص

في واقع الأمر قد يتم النظر إلى مشكلة النقل كحالة خاصة من مشكلة البرمجة الخطية ولكون مشكلة التخصيص هي حالة خاصة من مشكلة النقل فستكون بالضرورة حالة خاصة من مشكلة البرمجة الخطية، وحيث إنَّه قد تم الأتفاق على هذه المسألة فيمكن لأنموذج التخصيص أن يتصف بجميع خصائص أنموذج البرمجة الخطية.[6, P. 212] ، وتنطوي مشكلة التخصيص على تخصيص المكائن للعمال على نمط واحد لواحد (One to One)، ويكون الهدف منها في بعض الأحيان هو تحديد الحل الأمثل من خلال تقليل التكاليف الإجمالية [7 . p.344] .

بفرض وجود عدد من العمال المتاحين للتخصيص (ai) وحيث أنَّ i = 1، 2، 3، ...، (n)، أضافة إلى ذلك وجود مكائن مطلوبة للتَنفيذ (bj) كذلك j = 1، 2، 3، ...، (m)، وإن كل عامل سيتم تخصيصه ليقوم بالتنفيذ على ماكنة معينة واحدة فقط، وفي حال كون عدد المتاحين (ai) كبير مقارنةً بعدد المطلوبات (bj)، آي بمعنى إن n ≠ m (عدم وجود توازن)، فإنَّه سيتم القيام بإنشاء مكائن وهمية (Dummy Machines) ليكون هناك تساوي (توازن) بين العمال والمكائن n = m. في الحقيقة إن تعيين عامل لماكنة وهمية يعني بأن العامل لم يتم تخصيصه، لأنه لا توجد ماكنة حقاً ليتم التنفيذ عليها لذلك يتم أهمالها بعد الحصول على الهدف المطلوب منها وهو تحقيق التوازن للمشكلة. [8، p.326].وضح الجدول (1) آذناه مصفوفة تخصيص مربعة n x m لتخصيص العمال i إلى المكائن j وتمثل aij المعلمات (الأوقات، التكاليف، الأرباح) المترتبة على هذا لتخصيص. الهدف هو الوصول إلى تقليل (أو تعظيم) التكاليف (أو الأرباح) الإجمالية. [9, p.229]

جدول (1): يمثل مصفوفة المعلمات

العمال - *i* -	المكائن - *j* -					المتاح a_i
	1	2	3	…	m	
1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	…	a_{1m}	1
2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	…	a_{2m}	1
3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	…	a_{3m}	1
⋮	⋮	⋮	⋮	…	⋮	⋮
N	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	…	a_{nm}	1
المطلوب b_j	1	1	1	…	1	

المصدر: من أعداد الباحث

5.2 التمثيل الرياضي لمشكلة التخصيص

يمكن تمثيل الأنموذج الرياضي لمشكلة التخصيص كما يأتي:[7, p. 356]

Minimum (Maximum) $Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij} \quad \left\{= \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}x_{ij}\right\}$،

Subject To:

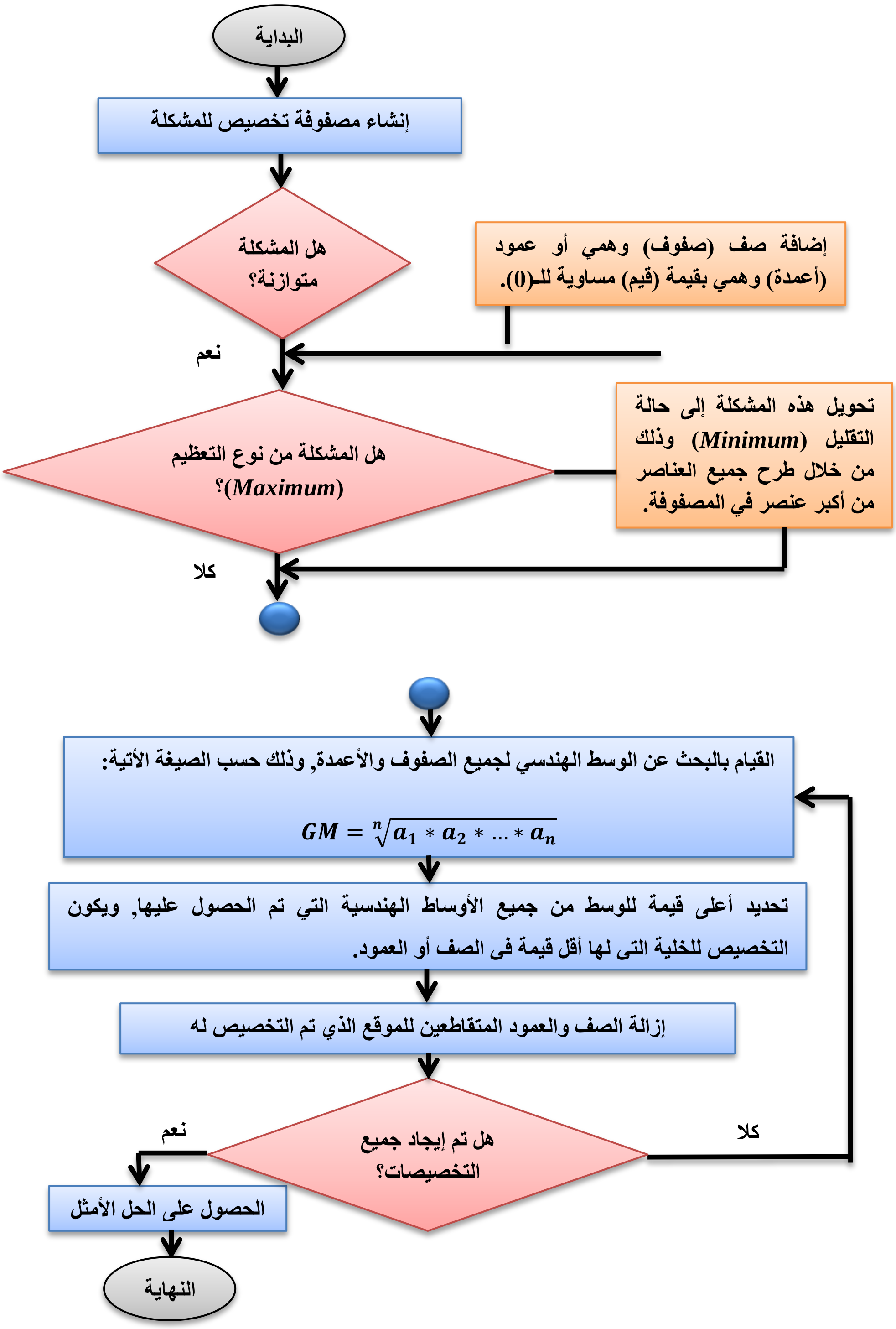
$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 1، 2، \ldots، m$$
$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad i = 1، 2، \ldots، n \qquad (1)$$
$$x_{ij} = Binary\,\{0، 1\}$$

تعتبر مشكلة التخصيص مشكلة (0-1) بحيث يأخذ متغير القرار xij القيمة (1) في حال تم تخصيص العامل i إلى الماكنة j وفي حال عدم التخصيص فإنَّه يأخذ القيمة (0)[10, p.145].

ISSN (1681- 6870)

5.3. طريقة الوسط الهندسي

تم اقتراح هذه الطريقة من قبل الباحثين (Gupta, R. & et. al) في عام 2019، حيث تعتبر هذه الطريقة من الطرائق الجديدة التي تزودنا بحل أكثر فاعلية وأمثلية لمشاكل النقل مقارنتاً مع باقي الطرائق، وكما هو واضح من الاسم فإنَّ هذه الطريقة تعتمد على حساب الوسط الهندسي لعناصر المصفوفة. يمكن تلخيص خطوات هذه الطريقة لكل من حالتي التعظيم (*Maximum*) والتقليل (*Minimum*) كما في المخطط (1) الآتي:[11, p. 92]



مخطط (1): يبين خطوات طريقة الوسط الهندسي

المصدر: من أعداد الباحث

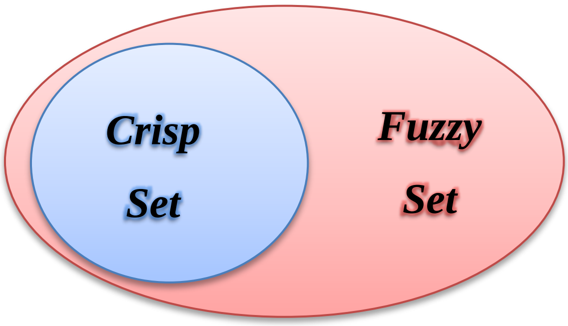
ISSN (1681- 6870)

5.4. المجموعات الضبابية

أن الدالة المميزة في المجموعات الكلاسيكية تقوم بتعيين قمية أما (0) أو (1) لكل عنصر من عناصر المجموعة الشاملة (The Universal Set) لتمييز العناصر التي ينتمي أو لا ينتمي لمجموعة معينة. لذلك في حال تم القيام بتعميم هذه الدالة بحيث تكون عناصر المجموعة الشاملة ضمن نطاق معين يشير إلى درجة انتماء (Degree of Membership) هذه العناصر في مجموعة معينة، فاذا كانت القيم كبيرة فهذا يعني أن درجة انتمائهم لهذه المجموعة أعلى وأن كانت غير ذلك، آي قيم صغيرة، يعني أن درجة انتمائهم لهذه المجموعة أقل.[12, p.11]، نظراً لفكرة زادة (Zadeh،1965) فإنَّه لكي يتم تعميم المجموعة الكلاسيكية A لتصبح مجموعة ضبابية $\tilde{A}$ فإنَّه سيتم السماح لـ$\{0، 1\}$، التي تدعى بمجموعة التقييم (Valuation Set)، أن تكون فترة حقيقية مغلقة $[0، 1]$.[13, p.10]

لقد قام لطفي زادة في ورقته البحثية بتعريف المجموعة الضبابية على إنَّها: " هي فئة من الكائنات مع سلسلة مستمرة (Continuum) من درجات الانتماء. تتميز هذه المجموعة بدالة انتماء (مميزة) التي تخصص لكل كائن درجة انتماء تتراوح بين الصفر والواحد."[14, p.338]

بما إنَّه من الواضح أنَّ نظرية المجموعات الضبابية هي امتداد لنظرية المجموعات الكلاسيكية (الهشة) فيمكن اعتبار الأخيرة حالة خاصة منها حيث الانتماء الكامل فقط أو عدم الانتماء، ولأجل ذلك فإنَّ خصائص المجموعات الكلاسيكية تحتاج إلى توسيع وإدخال خصائص أخرى جديدة.[15, p.12]، الشكل الآتي (1) يبين عمومية المجموعة الضبابية (Fuzzy Set) وخصوصية المجموعة الكلاسيكية الهشة (Crisp Set).[16, p.05]



شكل (1): يبين أنَّ المجموعة الكلاسيكية هي حالة خاصة للمجموعة الضبابية

المصدر: [16, p.05]

5.5. دالة الانتماء

ترسخ دالة الانتماء الفكرة وراء المجموعة الضبابية من خلال توسيع فئة معينة إلى فئات ليس لها حدود واضحة وذلك باستبدال مجموعة التقييم $\{0,1\}$ بفترة تامة مغلقة$[0,1]$.[17, p.04] وتقوم دالة الانتماء بتمثيل المجموعة الضبابية $\tilde{A}$ على المجموعة الشاملة X وذلك بتعيين لكل عنصر $(x \in X)$ درجة إنتماء $\mu_{\tilde{A}}(x)$ من الفترة $[0,1]$ ، وكما مبين آنذاء:[18, p.160]

$$\mu_{\tilde{A}}: X \rightarrow [0، 1] \quad (2)$$

اذ إنَّه كلما كانت قيمة دالة الانتماء $\mu_{\tilde{A}}(x)$ أقرب إلى الـ(1) كلما كان العنصر x أكثر إنتمائاً لـ $\tilde{A}$. ويمكن وضع المجموعة الضبابية بشكل مجموعة من الأزواج المرتبة متمثلة بالعنصر x ودرجة انتمائه:**[19, p. 01]**

$$\tilde{A} = \left\{ \left(x، \mu_{\tilde{A}}(x) \right) ، x \in X \right\} \quad (3)$$

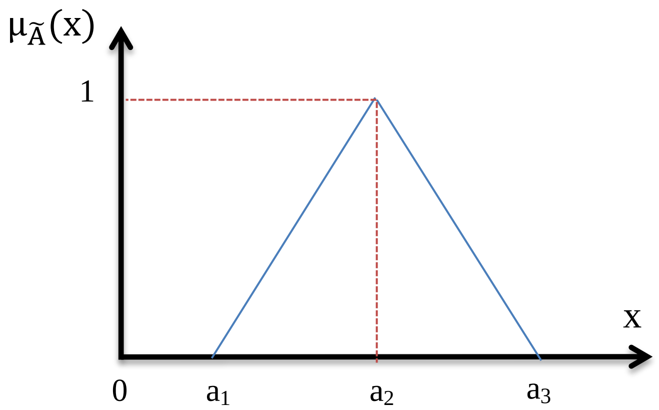
5.6. دالة الانتماء المثلثية

تكون المجموعة الضبابية $\tilde{A}$ ذات أعداد ضبابية مثلثية $\tilde{A} = \left(a_1، a_2، a_3 \right)$ اذ تعتبر a_1 و a_2 و a_3 أعداد حقيقية، ويمكن تمثيل دالة الانتماء $\mu_{\tilde{A}}(x)$ في هذه الحالة كما يلي:**[20, p.07]**

ISSN (1681- 6870)

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}\right)، & a_1 \le x \le a_2; \\ 1، & x = a_2; \\ \left(\dfrac{a_3-x}{a_3-a_2}\right)، & a_2 \le x \le a_3; \\ 0، & otherwise. \end{cases} \quad (4)$$

والشكل (2) يوضح الشكل البياني لهذه الدالة.



شكل (2): يمثل دالة الانتماء المثلثية[21, p.08]

5.7 طريقة ماگ

طريقة ماگ أو طريقة ترتيب الحجوم (Magnitude Ranking Method) كما هو شائع في البحوث العلمية تُعتبر هذه الطريقة أحد الطرائق التي تقوم بترتيب الأعداد الضبابية وتحويلها إلى الأعداد الاعتيادية (الواضحة)، تم تقديمها من قبل الباحثان الإيرانيان عباس باندي (Abbasbandy) والحجاري (Hajjari) في عام 2009 لحساب حجم أو مقدار الأعداد الضبابية شبه المنحرفة (Trapezoidal Fuzzy Numbers)**[22, p.413]**، ويمكن إيجاد ترتيب الأعداد الضبابية المثلثية $\tilde{A} = (a_1،a_2،a_3)$ والتي يرمز لها $Mag(\tilde{A})$ كما موضح في الصيغة أدناه:**[23,p.17]**

$$Mag(\tilde{A}) = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 (a_3 + 3a_1 - a_2) f(\alpha) d\alpha\right] \quad (5)$$

إذ أنَّ:

- تقع آلفا بين $(0 \le \alpha \le 1)$.
- $f(\alpha)$: تمثل دالة متزايدة وغير سالبة على $[0,1]$ مع:

$$f(0) = 0، \quad f(1) = 1.$$

ويمكن اعتبار الدالة أعلاه دالة موزونة (مرجحة)، حيث أنَّ:

$$f(\alpha) = \alpha، \quad \int_0^1 f(\alpha)\, d\alpha = \frac{1}{2} \quad (6)$$

وبعد تعويض الدالة (6) في الصيغة (5) نحصل على نتيجة الأتية:

$$Mag(\tilde{A}) = \frac{a_3 + 3a_1 - a_2}{4} \quad (7)$$

ISSN (1681- 6870)

5.8 مشكلة التخصيص الضبابي

في مشاكل التخصيص التقليدية تكون معلمات التخصيص عادةً (تكاليف، أرباح، أوقات،...الخ) قيم دقيقة (*Precise Values*) وهذا ما لا نراه في الحالات الواقعية وبدل ذلك نجد أن معلمات مشكلة التخصيص تحمل أرقام غير دقيقة (*Imprecise Numbers*) لأن تكلفة تنفيذ عامل لعمله على ماكنة معينة قد تنشأ لعدة أسباب مختلفة.[24,p.04]، يمكن تمثيل مشكلة التخصيص بصورة عامة مع أخذ بعين الاعتبار البيئة الضبابية لمعلمات التخصيص والجدول (2) أدناه يبين المصفوفة.

جدول (2): يمثل مصفوفة المعلمات الضبابية

العمال - *i* -	المكائن – *j* -					المتاح a_i
	1	2	3	…	m	
1	$\tilde{a}_{11}$	$\tilde{a}_{12}$	$\tilde{a}_{13}$	…	$\tilde{a}_{1m}$	1
2	$\tilde{a}_{21}$	$\tilde{a}_{22}$	$\tilde{a}_{23}$	…	$\tilde{a}_{2m}$	1
3	$\tilde{a}_{31}$	$\tilde{a}_{32}$	$\tilde{a}_{33}$	…	$\tilde{a}_{3m}$	1
⋮	⋮	⋮	⋮	…	⋮	⋮
N	$\tilde{a}_{n1}$	$\tilde{a}_{n2}$	$\tilde{a}_{n3}$	…	$\tilde{a}_{nm}$	1
المطلوب b_j	1	1	1	…	1	

المصدر: من أعداد الباحث

إذ تكون دوال انتماء هذه المعلمات $\tilde{a}_{ij}$ معرفة على المجموعة الشاملة X بدرجات إنتماء تقوم بتخمين فاعلية هؤلاء العمال على تلك المكائن.[25, p.262]

يمكن تمثيل مشكلة التخصيص الضبابي رياضياً من خلال الأنموذج أدناه:[24, p.04-05]

Minimum (Maximum) $\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\tilde{a}_{ij}x_{ij}$ ، Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 1، 2، \ldots، m$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad i = 1، 2، \ldots، n \tag{8}$$

$$x_{ij} = Binary\,\{0، 1\}$$

إذ يشير متغير القرار x_{ij} على أنَّ العامل i خصص للماكنة j، و $\tilde{a}_{ij} = (a_{ij}^1، a_{ij}^2، a_{ij}^3)$ تمثل المعلمة (كلفة، وقت، ربح) الضبابية لهذا التخصيص. بما أنَّ معلمة التخصيص هو عدد ضبابي مثلثي فيمكن أعادة كتابة الأنموذج الرياضي الضبابي أعلاه بالشكل الاتي:[26, p.16291]

Minimum (Maximum) $\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(a_{ij}^1، a_{ij}^2، a_{ij}^3)x_{ij}$ ، Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 1، 2، \ldots، m$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad i = 1، 2، \ldots، n \tag{9}$$

$$x_{ij} = Binary\,\{0، 1\}$$

ISSN (1681- 6870)

6. الجانب التطبيقي

6.1 نبذة عن شركة بغداد للمشروبات الغازية

تأسست شركة بغداد للمشروبات الغازية (مساهمة – مختلطة) في عام 1989 برأس مال مساوي إلى 70000000 دينار عراقي، حيث تم استثمار هذا المبلغ بكامله لشراء موجودات مصانع المنشأة العامة للمشروبات والمعلبات الغذائية (الملغات) وهي:

- مصنع الزعفرانية للمشروبات الغازية.
- مصنع بغداد للمشروبات الغازية وبضمنه خط تعبئة المشروبات الغازية بالعلب المعدنية.

تعود بدايات تأسيس هذه الشركة إلى عقد الستينات كإحدى منشآت وزارة الصناعة والمعادن، حيث صدرت إجازة تأسيس من المديرية العامة للتنمية الصناعية برقم (474) في عام 1961/12/21 إلا إنها تحولت بعد ذلك لتكون شركة مختلطة في سنة 1989 وفقاً لقانون الشركات رقم (36) لسنة 1983 وتعديلاته، واكتملت إجراءات تأسيس الشركة بصدور شهادة التأسيس بموجب قرار دائرة مسجل الشركات في وزارة التجارة المرقم (م.س/3315) عام 1989/3/23. تم أدراجها في سوق العراق للأوراق المالية عام 2004/6/15 برأس مال مساوي إلى 10،000،000،000 دينار عراقي. حالياً تُعتبر عملية إنتاج وتسويق المشروبات الغازية هو النشاط الذي تمارسه الشركة.

6.2 وسائل جمع البيانات والمعلومات

من أجل الحصول على البيانات والمعلومات اللازمة لإكمال وتحقيق الهدف والغاية من هذا البحث وقع الاختيار على شركة بغداد للمشروبات الغازية كميدان للتطبيق وعلى وجه الخصوص الخط الأول الذي يُعتبر أحد خطوط الإنتاجية لمصنع دجلة. أجريت العديد من الزيارات الميدانية لموقع الشركة على مدار شهر تقريباً لمعرفة طبيعة عمل النظام هناك ومعاينة العاملون على هذا الخط، ولكون مثل هكذا مشاكل لا تتوفر لها قاعدة بيانات اضطررنا إلى جمع البيانات يدوياً وذلك من خلال اللجوء للمقابلات الشخصية المتكررة مع مدير المصنع بالخصوص والعاملون عموماً لتزويدنا بالبيانات التفصيلية المطلوبة.

6.3 وصف البيانات

بعد أنَّ حصلنا على المراد لتحقيق عملية البحث وذلك باختيار ثلاثة عمال لديهم المهارة والقدرة للعمل على أربعة مكائن إنتاجية وهي: ماكنة العلب الفارغة، ماكنة التعبئة، ماكنة التغليف، ماكنة التنضيد. تم ترتيب البيانات في جدول تخصيص غير متوازن بحجم 4×3 لثلاثة عمال وأربعة مكائن إنتاجية كما في الجدول (3) الاتي:

جدول (3): يمثل الأوقات الضبابية لإنجاز عمل العمال على المكائن (بالدقائق).

	ماكنة العلب الفارغة	ماكنة التعبئة	ماكنة التغليف	ماكنة التنضيد
عباس كاظم	360 375 390	300 330 360	300 310 325	345 360 370
علي حسين	380 400 420	345 360 370	315 330 345	380 400 420
مؤيد صبحي	320 345 360	390 405 420	315 330 345	390 405 420

ملاحظة: تم استعمال الدقائق كوحدة قياس الوقت.

أما الأرقام في داخل الجدول فإنها تُعبر عن الأوقات الضبابية (أعداد ضبابية مثلثية) لإنجاز عمل كل عامل على هذه المكائن وبقدرة إنتاج يومي يعادل (450000 علبة معدنية بحجم 250 مل) تقريباً. إنَّ سبب هذا التغير في أوقات الإنجاز هو مدى قدرة وفاعلية العامل على تحقيق المراد منه. إنَّ آي عامل سيخصص لماكنة معينة لابد أنَّ يكون وقت إنجازه للعمل أقل من باقي العمال وبهذا الحال ستكون مشكلة التخصيص المدروسة من نوع التقليل (*Minimum*).

6.4 طريقة ماگ (Mag-Method) لترتيب الأعداد الضبابية

لتحويل الأوقات الضبابية المثلثية في الجدول (3) إلى أوقات اعتيادية (هشة) سيتم تطبيق طريقة ماگ لترتيب الأعداد الضبابية وحسب الصيغة (7) (الجانب النظري، ص 9)، كما يلي:

- حساب الوقت الاعتيادي للعامل عباس كاظم على ماكنة العلب الفارغة:

$$Mag(360، 375، 390) = \frac{390+(3*360)-375}{4} = 273.75،$$

- حساب الوقت الاعتيادي للعامل عباس كاظم على ماكنة التعبئة:

$$Mag(300، 330، 360) = \frac{360+(3*300)-330}{4} = 232.5،$$

وبنفس الطريقة يتم حساب باقي الأوقات، وكما يلي:

ISSN (1681- 6870)

$Mag(300، 310، 325) = 228.75،$

$Mag(345، 360، 370) = 261.25،$

$Mag(380، 400، 420) = 290،$

$Mag(345، 360، 370) = 261.25،$

$Mag(315، 330، 345) = 240،$

$Mag(380، 400، 420) = 290،$

$Mag(320، 345، 360) = 243.75،$

$Mag(390، 405، 420) = 296.25،$

$Mag(315، 330، 345) = 240،$

$Mag(390، 405، 420) = 296.25.$

يمكن تنظيم هذه الأوقات المحسوبة في الجدول (4) الاتي:

جدول (4): يمثل الأوقات الاعتيادية (الهشة) لإنجاز عمل العمال على المكائن (بالدقائق).

	ماكنة العلب الفارغة	ماكنة التعبئة	ماكنة التغليف	ماكنة التنضيد
عباس كاظم	273.75	232.5	228.75	261.25
علي حسين	290	261.25	240	290
مؤيد صبحي	243.75	296.25	240	296.25

6.5. طريقة الوسط الهندسي

سنقوم بتطبيق هذه الطريقة على جدول (4) الذي يمثل مصفوفة لأوقات الاعتيادية للحصول إلى الحل الأمثل للتخصيص. نبدأ الحل اعتمادا على خطوات المخصصة لحالة التقليل (*Minimum*) (الجانب النظري، ص 5-6)، كالاتي:

نبدأ أولاً بتفحص توازن مصفوفة الأوقات الاعتيادية وذلك بإضافة صف وهمي بأوقات مساوية للـ(0) لتحقيق التوازن.

جدول (5): يمثل مصفوفة التخصيص بعد تحقيق التوازن بإضافة العامل الوهمي.

	ماكنة العلب الفارغة	ماكنة التعبئة	ماكنة التغليف	ماكنة التنضيد
عباس كاظم	273.75	232.5	228.75	261.25
علي حسين	290	261.25	240	290
مؤيد صبحي	243.75	296.25	240	296.25
العامل الوهمي	0	0	0	0

نقوم بحساب الأوقات الجزائية (*The Penalty Times*) لكل من الصفوف والأعمدة وذلك بإتباع صيغة الوسط الهندسي (*Geometric Mean*) الأتية:

$$GM = \sqrt[n]{a_1 * a_2 * \dots * a_n}$$

- حساب الأوقات الجزائية للصف الأول والثاني:

$$GM_{Row(1)} = \sqrt[4]{273.75 * 232.5 * 228.75 * 261.25} = 248.34،$$

$$GM_{Row(2)} = \sqrt[4]{290 * 261.25 * 240 * 290} = 269.47،$$

نقوم بتطبيق هذه الصيغة على جميع الصفوف والأعمدة.

تحديد أعلى وقت جزائي تم الحصول عليه ونخصص للخلية التي تملك أقل وقت في صف أو عمود هذا الوقت الجزائي وكما يلي:

ISSN (1681- 6870)

جدول (6): أيجاد أول التخصيصات بعد تحديد أعلى وقت جزائي.

	ماكنة العلب الفارغة	ماكنة التعبئة	ماكنة التغليف	ماكنة التنضيد	الوسط الهندسي
عباس كاظم	273.75	232.5	228.75	261.25	248.34
علي حسين	290	261.25	240	290	269.47
مؤيد صبحي	243.75	296.25	240	296.25	267.68
العامل الوهمي	0	0	0	0	0
الوسط الهندسي	0	0	0	0	

إذاً نقوم بتخصيص العامل علي حسين إلى ماكنة التغليف، ونقوم بإزالة صف وعمود الموقع المخصص له.

جدول (7): يمثل مصفوفة التخصيص المعدلة بعد إزالة صف وعمود الموقع المخصص له.

	ماكنة العلب الفارغة	ماكنة التعبئة	ماكنة التنضيد
عباس كاظم	273.75	232.5	261.25
مؤيد صبحي	243.75	296.25	296.25
عامل وهمي	0	0	0
الوسط الهندسي	0	0	0

نقوم بحساب الوسط الهندسي من جديد وتحديد أعلى وسط هندسي من أجل إيجاد التخصيص الأخر، وكما يلي:

جدول (8): أيجاد ثاني التخصيصات بعد تحديد أعلى وقت جزائي.

	ماكنة العلب الفارغة	ماكنة التعبئة	ماكنة التنضيد	الوسط الهندسي
عباس كاظم	273.75	232.5	261.25	255.24
مؤيد صبحي	243.75	296.25	296.25	**277.6**
عامل وهمي	0	0	0	0
الوسط الهندسي	0	0	0	

نقوم الأن بتخصيص العامل مؤيد صبحي إلى ماكنة العلب الفارغة.

لم يتبقى سوى العامل عباس كاظم والعامل الوهمي (*Dummy Worker*) فقط، لذلك سنقوم بتخصيص العامل عباس كاظم لماكنة التعبئة، لإنَّ عند حساب الوسط الهندسي له نجد إنَّ أكبر قيمة هي له وعندها سنحدد أصغر قيمة في صفهِ وهي القيمة التابعة إلى ماكنة التعبئة. وأيضاً نقوم بتخصيص العامل الوهمي إلى ماكنة التنضيد.

فتكون نتيجة التخصيص (الحل الأمثل) التي تعطينا إياها هذه الطريقة هي:

جدول (9): يمثل نتائج التخصيصات مع الحل الأمثل لطريقة الوسط الهندسي.

العمال	المكائن	قيمة التخصيص
عباس كاظم	التعبئة	232.5
علي حسين	التغليف	240
مؤيد صبحي	العلب الفارغة	243.75
(العامل الوهمي)	التنضيد	0
الوقت الكلي لإنجاز العمل (الحل الأمثل)		**716.25**

6.6. بناء أنموذج رياضي لمشكلة التخصيص

للسعي في الحصول على الحل الأمثل لمشكلة التخصيص فإننا نقوم بكتابة المشكلة المدروسة بطريقة رياضية، يمكن تحقيق ذلك من خلال صياغة الأنموذج الرياضي الاتي:

بما أنَّ المشكلة المدروسة تتعامل مع أوقات إنجاز العمل فإنه دالة الهدف (Z) تكون من نوع التقليل (*Minimum*):

Minimum Z = $273.75\, x_{11} + 232.5\, x_{12} + 228.75\, x_{13} + 261.25\, x_{14} + 290\, x_{21} + 261.25\, x_{22} + 240\, x_{23} + 290\, x_{24} + 243.75\, x_{31} + 296.25\, x_{32} + 240\, x_{33} + 296.25\, x_{34} + 0\,(x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44})$،

Subject to

ISSN (1681- 6870)

- القيود المتكونة من الصفوف.

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=1،$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=1،$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=1،$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=1،$$

- القيود المتكونة من الأعمدة.

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=1،$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=1،$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=1،$$
$$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=1،$$
$$x_{ij}=Binary\,\{0،1\}.\quad \&\quad i،j=1،2،3،4،5.$$

الأن نقوم بتطبيق أحد البرمجيات الحديثة وهو برنامج گروبي المُحَسن (*Gurobi Optimizer Program*) الذي يوفر أفضل الحلول المثلى ويمتاز بدعمه للعديد من لغات البرمجة وفي هذا البحث سيتم الاعتماد على لغة البرمجة بايثون (*Python Programming Language*)، أضافة إلى ذلك سنقوم بالاستعانة بإحدى البيئات التطويرية المتكاملة (*Integrated Development Environment*) وهو برنامج سبايدر (*Spyder*)• الذي سيوفر لنا تسهيلات في كتابة دوال (*Functions*) برنامج گروبي المُحَسن (المصدر).

سيتم تطبيق الأنموذج الرياضي في برنامج سبايدر (*Spyder 3.3.5*) وذلك باستعمال دوال الـگروبي المُحَسن المكتوبة بلغة البايثون وكما يلي:

The Program:

لتوضيح كيفية تحقيق الأمثلية لهذا الأنموذج سنقوم بالتحقق من ذلك خطوة خطوة وكما يلي:

1. نبدأ أولاً بجلب دوال وفئات الـگروبي، اذ أنَّ كل تطبيقات گروبي بايثون تبدأ بهذا الجملة لكي يقوم برنامج سبايدر (*Spyder 3.3.5*) بالتعرف على دوال الـگروبي وفئاته:

```
# STEP.0 Import gurobi.
from gurobipy import *


try:
```

2. نقوم بإنشاء أنموذج فارغ نقوم بتسميتهُ (Degla Factory Problem):

```
    # Assignment problem.
    # STEP.1 Create a model for Degla Factory problem.
    m = Model("Degla Factory Problem")
```

تأخذ الدالة (***m***) أسم الأنموذج المطلوب (*Degla Factory Problem*) كاسم لها.

3. أضافة أو إنشاء متغيرات القرار إلى الأنموذج ويتم ذلك من خلال طريقة (***addVar()***) وفيها نقوم بتعيين الاسم والنوع لهم كالاتي:

```
    # STEP.2 Create veriables.
    x11 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W1M1")
    x12 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W1M2")
```

• هي بيئة علمية قوية مكتوبة بلغة البايثون ومن أجل بايثون صممت من قبل العلماء والمهندسين ومحللي البيانات ولأجلهم. يوفر مزيجاً فريداً من وظائف التحرير والتحليل والتصحيح... الخ. **(الباحث)**

ISSN (1681- 6870)

```
x13 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W1M3")
x14 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W1M4")
x21 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W2M1")
x22 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W2M2")
x23 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W2M3")
x24 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W2M4")
x31 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W3M1")
x32 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W3M2")
x33 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W3M3")
x34 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W3M4")
x41 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W4M1")
x42 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W4M2")
x43 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W4M3")
x44 = m.addVar(vtype=GRB.BINARY، name="W4M4")
```

4. يتم تحديث التغييرات أعلاه التي أجريت على الأنموذج في الخطوة الثالثة من خلال الطريقة (***update()***):

```
# STEP.3 Commit these changes to the model.
m.update()
```

5. استعمال (***setObjective()***) لتعيين دالة الهدف لهذا الأنموذج ونوعها أيضاً:

```
# STEP.4 Set objective function.
m.setObjective(273.75*x11 + 232.5*x12 + 228.75*x13 + 261.25*x14 + 290*x21 +
261.25*x22 + 240*x23 + 290*x24 + 243.75*x31 + 296.25*x32 + 240*x33 + 296.25*x34 + 0*x41
+ 0*x42 + 0*x43 + 0*x44، GRB.MINIMIZE)
```

6. يتم استعمال (***addConstr()***) لإضافة القيود إلى الأنموذج وتسميتهم وكما يلي:

```
# STEP.5 Add the raws constraint.
m.addConstr(x11 + x12 + x13 + x14 == 1، "raw.1")
m.addConstr(x21 + x22 + x23 + x24 == 1، "raw.2")
m.addConstr(x31 + x32 + x33 + x34 == 1، "raw.3")
m.addConstr(x41 + x42 + x43 + x44 == 1، "raw.4")
# STEP.6 Add the columns constraint.
m.addConstr(x11 + x21 + x31 + x41 == 1، "column.1")
m.addConstr(x12 + x22 + x32 + x42 == 1، "column.2")
m.addConstr(x13 + x23 + x33 + x43 == 1، "column.3")
m.addConstr(x14 + x24 + x34 + x44 == 1، "column.4")
```

7. بعد أنَّ تم بناء الأنموذج فإنَّ الخطوة التالية ستكون إيجاد الأمثلية له ويتحقق ذلك باستعمال (***optimize()***):

```
# STEP.7 Optimize model.
m.optimize()
```

8. بمجرد اكتمال الأمثلية يمكن التساؤل عن أسماء متغيرات القرار وقيمة الحل لكل متغير من المتغيرات:

ISSN (1681- 6870)

```
# STEP.8 Reporting results.
for v in m.getVars():
    print(v.varName، v.x)
```

القيام بطبع قيمة دالة الهدف (***objVal***) أيضاً:

```
print('Obj:'، m.objVal)
```

9. يتم وضع كل تعبيرات كروبي داخل (***try***) وأي أخطاء (*Error*) مرتبطة بها يتم أكتشافها من خلال (***except***) ويتم طباعة تقرير عن هذه الأخطاء:

```
except GurobiError:
    print('Error reported')
```

بعد تنفيذ البرنامج تم الحصول على المخرجات الأتية:

$$W_1M_2،\ \ W_2M_3،\ \ W_3M_1،\ \ W_4M_4 = 1،$$

ويعني ذلك تخصيص:

- **العامل عباس كاظم إلى ماكنة التعبئة.**
- **العامل علي حسين إلى ماكنة التغليف.**
- **العامل مؤيد صبحي إلى ماكنة العلب الفارغة.**
- **العامل الوهمي إلى ماكنة التنضيد.**

أما باقي متغيرات القرار:

$$W_1M_1،\ \ W_1M_3،\ \ W_1M_4 \ \ = 0،$$
$$W_2M_1،\ \ W_2M_2،\ \ W_2M_4 \ \ = 0،$$
$$W_3M_2،\ \ W_3M_3،\ \ W_3M_4 \ \ = 0،$$
$$W_4M_1،\ \ W_4M_2،\ \ W_4M_3 \ \ = 0.$$

والحل الأمثل الذي تم التوصل إليه هو:

$$Obj:\ \ 716.25$$

6.7. مقارنة النتائج بين الطريقتين:

يمكن تلخيص ما تم التوصل إليه من نتائج، وكما يلي:

جدول (10): يبين نتائج الطريقتين المستعملة

طريقة الوسط الهندسي	برنامج (Spyder 3.3.5)
716.25	716.25

6.8. الاستنتاجات

نستنتج مما تم التوصل إليه ما يلي:

1. أثبتت طريقة الوسط الهندسي كفاءة وفاعلية في قدرتها على التعامل مع مشكلة التخصيص المدروسة وذلك من خلال تحقيقها للحل الأمثل بأقل وقت كلي لإنجاز العمل يقدر (716.25 دقيقة)، وذلك اعتماداً إلى ما تم التوصل إليه باستعمال برنامج سبايدر (*Spyder 3.3.5*) بتحقيقه لنفس النتائج المذكورة.
2. لتحقيقها الأمثلية للمشكلة فإننا سنعتمد على التخصيصات التي تقدمها لنا طريقة الوسط الهندسي.
3. أظهرت لنا طريقة ماگ لترتيب الأعداد الضبابية قدرتها وفاعليتها في تحويل الأعداد الضبابية المثلثية إلى شكلها الاعتيادي (الهش) لتساعدنا في سير عملية صنع القرار لهذا البحث.

ISSN (1681- 6870)

6.9. التوصيات:

من أهم التوصيات التي خرجَ بها الباحث:

1. إتباع نتائج التخصيص التي تم التوصل إليها في إعادة تخصيص هؤلاء العمال على المكائن بأمثلية.
2. اِرجاع تخصيص عامل لماكنة التنضيد إلى الجهة المعنية (مدير مصنع دجلة).
3. اِعتماد طريقة الوسط الهندسي في التعامل مع آي مشكلة من مشاكل التخصيص ولجميع الحالات بعد أنَّ أثبتت كفاءة وفاعلية في تحقيق الحل الأمثل.
4. من باب لفت أنتباه الباحثون الذين يَسعون لدراسة مثل هكذا نوع من المشاكل وتشجيعهم لّلجوء إلى البرامج التطبيقية الحديثة في تحقيق الحلول الأمثلى، وعلى هذا الأساس يوصي الباحث على استعمال برامج كگروبي المُحَسن وبرنامج سبايدر من أجل تحقيق الأمثلية للمشكلة.
5. إعتماد طرائق الترتيب الحديثة كطريقة ماگ في التعامل مع البيانات غير الدقيقة للمشاكل التي تحدث في ظل وجود بيئة ضبابية وتحويل هذه البيانات إلى بيانات اعتيادية واضحة يَسهل فهمها والتعامل معها لاتخاذ قرار مناسب بشأن المشكلة.
6. يمكن تعميم الأنموذج الرياضي لمشكلة التخصيص المدروسة على جميع المصانع والشركات والمؤسسات التي يتم تُشخيص عندهم مشكلة تخصيص، وبالإمكان التحكم بهذا الأنموذج حسب الاستراتيجيات التي يتبعوها.
7. ضرورة اِعتماد الأساليب العلمية والطرائق الحديثة في صنع واتخاذ القرار لأي مشكلة تواجهها الشركة لِأن ذلك سيؤدي إلى تحسين ورفع مستوى الأداء في تلك الشركة.

المصادر

[1] Kumar، A.، "A modified method for solving the unbalanced assignment problems"، Applied Mathematics and Computation، 176(1)، 76-82، (2006).

[2] Kagade، K. L.، & Bajaj، V. H.، "A fuzzy method for solving unbalanced assignment problems with interval valued coefficients"، International Journal of Commerce and Business Management، 3(1)، 82-87 ،(2010).

[3] Sudha، S.، & Vanisri، D.، "Finding an optimal solution of an assignment problem by improved zero suffix method"، International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology، 3(11)، 502-507، (2015).

[4] Yadaiah، V.، & Haragopal، V. V.، "A new approach of solving single objective unbalanced assignment problem"، American Journal of Operations Research، 6(1)، 81-89 ،(2016).

[5] Arokiamary، A.، & Nithya، S.، "Solving fuzzy assignment problem for hexagonal fuzzy number using ones assignment method and robust's ranking technique"، International Journal of Mathematics and Its Applications، 4(4)، 397-405، (2016).

[6] Murthy، P. R.، "Operations research (2nd ed.)"، New Age International (P)، Ltd.، Daryaganj، New Delhi، India، (2007).

[7] Gupta، P. K.، & Hira، D. S.، "Operations research (7th revised ed.)" ،S. Chand & Company Pvt، Ltd، Ram Nagar، New Delhi، India، (2014).

[8] Kolman، B.، & Beck، R. E.، "Elementary linear programming with applications (2nd ed.)"، Academic Press، San Diego، California، USA، (1995).

[9] Dantzig، G. B.، & Thapa، M. N.، "Linear programming 1: Introduction"، Springer، New York، USA، (1997).

[10] Srinivasan، G.، "Operations research: Principles and applications (2nd ed.)"، PHI Learning Pvt، Ltd، New Delhi، India، (2010).

[11] Gupta، R.، Sahu، M.، Gulati، N.، Komal، & Jasrotia، D.، "An alternative method to reduce medicine costs by minimizing transportation overheads"، International Journal of Engineering and Advanced Technology، 8(4)، 91-94، (2019).

[12] Klir، G. J.، & Yuan، B.، "Fuzzy sets and fuzzy logic: Theory and applications"، Prentice Hall PTR، Upper Saddle River، New Jersey، USA، (1995).

[13] Dubois، D.، & Prade، H.، "Fuzzy sets and systems: Theory and applications"، Academic press، Inc، Chestnut Hill، USA، (1980).

[14] Zadeh، L. A.، "Fuzzy sets"، Information and control، 8(3)، 338-353 ،(1965).
[15] Werro، N.، "Fuzzy classification of online customers"، Springer، Heidelberg، Germany، (2015).
[16] Dernoncourt، F.، "Introduction to fuzzy logic"، Massachusetts Institute of Technology ،(2013).
[17] Dubois، D.، & Prade، H.، "Fundamentals of fuzzy sets"، Springer Science & Business Media، LLC، New York، USA، (2000).
[18] Kacprzyk، J.، & Pedrycz، W. (Eds.)، "Springer handbook of computational intelligence"، Springer، Heidelberg، Germany، (2015).
[19] Aliev، R. A.، "Fundamentals of the fuzzy logic-based generalized theory of decisions"، Springer، Heidelberg، Germany، (2013).
[20] Nagarajan، R.، & Solairaju، A.، "Computing improved fuzzy optimal Hungarian assignment problems with fuzzy costs under robust ranking techniques"، International Journal of Computer Applications، 6(4)، 6-13، (2010).
[21] Zhang، H.، & Liu، D.، "Fuzzy modeling and fuzzy control"، Springer Science & Business Media، LLC، New York، USA ،(2006).
[22] Hajjari، T.، & Abbasbandy، S.، "A promoter operator for defuzzification methods"، Australian Journal of Basic and Applied Sciences، 5(10)، 1096-1105 ،(2011).
[23] Selvi، D.، Mary، R. Q.، & Velammal، G.، "Method for solving fuzzy assignment problem using magnitude ranking technique"، International Journal of Applied and Advanced Scientific Research، special issue، 16-20، (2017).
[24] De، P. K.، & Yadav، B.، "A general approach for solving assignment problems involving with fuzzy cost coefficients"، Modern Applied Science، 6(3)، 2-10 ،(2012).
[25] Slowiński، R. (Ed.)، "Fuzzy sets in decision analysis، operations research and statistics"، Springer Science & Business Media، LLC، New York، USA ،(1998).
[26] Jayalakshmi، M.، "A new approach for solving balanced and/or unbalanced fuzzy assignment problems"، International Journal of Pharmacy and Technology، 8(3)، 16288-16295 ،(2016).